





DISEGNO LINEARE

ED

AGRIMENSURA.

DISEGNO LINEARE

ED

AGRIMENSURA

DEL

SIGNOR FRANCOEUR

PER TUTTE LE SCUOLE PRIMARIE,

QUALUNQUE SIA IL METODO D'ISTRUZIONE CHE VI SI ADOPRI;

OPERA TRADOTTA

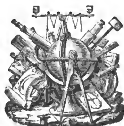
DAL SACERDOTE LELIO VISCI,

Direttore di un Istituto Letterario Scientifico,

e dedicata

AL SIG. CAV. D. FELICE SANTANGELO

SOPRANTENDENTE GENERALE DEL REALE ALBERGO,
E STABILIMENTI RIUNITI,
VICE-PRESIDENTE DEL REALE ISTITUTO D'INCORAGGIAMENTO, ec. ec. ec.



NAPOLI
DALLA TIPOGRAFIA DEL VESUVIO
Strada S. Teresa degli Scalzi N.° 78.
1841.

AL SIGNOR CAVALIERE

D. Felice Santangelo

SOPRANTENDENTE GENERALE DEL REALE ALBERGO,
E STABILIMENTI RIUNITI,
VICE-PRESIDENTE DEL REALE ISTITUTO D' INCORAGGIAMENTO,
ec. ec. ec.

Signore

L' opera del Sig. Francoeur sul disegno lineare, che mi dò l' onore di presentarle in questa traduzione italiana, mi sembra veramente pregevole, e ne sono argomento le moltiplici edizioni fattesene in diverse lingue, e nel breve giro di pochi anni. Io mi vidi nella consolante necessità di doverla ammirare, e riconoscendola in modo particolare utilissima al perfezionamento delle arti, e de' mestieri, giudicai mio dovere di promuoverne la diffusione anche nel nostro Regno. Questa idea venne maggiormente avvalorata dal pensiero, che rivolsi a lei, che essendo Soprantendente Generale de' Reali Conservatorii, potrebbe con questo mezzo produrre alle scuole dei medesimi tutti que' vantag-

gi, che ogni cittadino benemerito deve desiderare per le cose utili e belle.

Le tante eccelse virtù poi, di che Ella va onorata dalla generalità, mi danno certezza della sua grata approvazione alla dedica, che rivotamente l' offro, della sullodata opera.

L' accolga dunque con quella benivoglienza, che tanto la distingue, mentre mi reputo fortunatissimo di dichiararmi col più profondo rispetto

Di Lei

Napoli 22 Aprile 1841.

Divotiss.° ed obbed.° servitore
Lelio Visci.

AL SIGNORE

Signor Duca Di Cazes

PARI DI FRANCIA.

Signor Duca

La Francia tiene sempre presenti, e con sentimento di viva riconoscenza, i benefizii nella pubblica Istruzione sparsi dal vostro Ministero. A voi è dovuta la creazione delle cattedre del Conservatorio delle arti, e de' mestieri; creazione eminentemente utile, che ha dato origine ad una moltitudine di scuole in tutto il regno, ove gli artigiani, ed i Capi di officine, e di manifatture apprendono a perfezionare i prodotti della nostra industria. Ma per comprendere coteste lezioni, vi vogliono delle conoscenze preliminari, e voi avete in tutta la estensione, ed in tutta la energia del vostro potere, protetto la istruzione primaria, ed in modo particolare la

mutua. Ed a voi, Signor Duca, a voi è dovuto il felicissimo pensiere d' introdurre in coteste scuole l' insegnamento del disegno: ed è per vostra inspirazione, che io ho scritto questo trattato, che ora ho l' onore di offrirvi.

Accogliete, vi prego, accogliete quest' omaggio, e credetemi col più profondo rispetto,

Signor Duca,

Vostro umiliss.° ed obbed.° servitore
FRANCOEUR.

PREFAZIONE.

L' influenza dell' educazione popolare sulla prosperità pubblica è incontrastabile. L' istruzione primaria è la sorgente principale, d' onde derivano tutte le ricchezze, che possiamo mai attenderci dall' industria; ed è appunto cotesta istruzione, che sublima la morale delle nazioni, e che lascia libero il varco a tutte le invenzioni, alle quali dobbiamo tutti i nostri piaceri, e tutta la nostra felicità. So pur troppo che vi sono degli spiriti prevenuti, i quali sostengono che la istruzione di un popolo nè rende più difficile il governo, e che gli uomini che vivono nell'ignoranza sono più docili all' impero di chi ha il sommo potere. Se dovesse quì discutersi sù tal proposito, non mi sarebbe difficile il provare, che l' autorità pubblica esercitata dai magistrati, i quali parlano a nome della legge, non incontra grandi ostacoli *in reggere e governare* presso le nazioni incivilite, e ciò ben si scorge fissandoci per poco a risguardare lo stato attuale della Francia, dell' Inghilterra, degli Stati Uniti ec.; mentre av-

viene ben tutt' altro in quegli Stati, dove i lumi non sono ancora in pieno splendore. La storia ce ne mostra quasi in ogni pagina esempii assai chiari e parlanti. Non erano sicuramente illuminati quei soldati, che detronizzarono tanti imperatori, quei ribelli che formarono la principale forza della *Fronda*, e della *Ligue*; quegl' insorti che riconobbero a Napoli Massaniello per loro Re, quegli uomini che bene spesso servirono di strumento per cambiare l'ordine di successione al trono della Russia, ed all' impero dell' Alemagna. Che anzi una nazione ignorante può indursi a sollevarsi sino contro il Dio che adora; ed infatti i soldati di Maometto, quantunque non letterati, tuttavia riuscirono a rovesciare il culto di una gran parte del mondo.

Le cure che vengono prese per dare a ciascuno quella parte d' istruzione necessaria alla sua posizione sociale, ed al suo stato, sono de' doveri che tutti abbiamo, e de' sacrificii che si fanno in considerazione del pubblico interesse, perchè essi assicurano l' ordine. Essendo dunque l' istruzione un mezzo efficacissimo a migliorare la condizione dell' uomo, onde renderlo più felice, i Re dovrebbero favorire i progressi de' lumi, perchè Iddio non ha loro accordato il potere, se non sotto la condizione di dover essi adoperare tutt' i loro mezzi per contribuire alla pubblica felicità, della quale essi sono risponsabili presso di lui. Qualunque sia il sentimento che si adotti sull' oggetto, niuno avrà difficoltà di convenire, che l'insegnamento de' principii del disegno agli uomini d' ogni condizione offre grandi vantaggi, senza il menomo inconveniente. Tutti quei che si sono addetti a qualche arte hanno sempre mai ricorso al disegno; come i fabbricatori, i falegna-

mi, i carpentieri, i calzolai, i ferrai, i covratetti ec.; tutti coloro che si adoprano a formare i nostri mobili, coloro che travagliano cose di moda, e di gusto, come gli ebanisti, i doratori, gli orologiari, i bronzisti, i sarti, i marmorai ec.; coloro che si slanciano all' esecuzioni meccaniche, come gli strumentisti, gl' ingegnieri, gli ottici, i fontanari ec. (io potrei infine citare quasi tutte le professioni) sentono incessantemente il bisogno di comprendere le idee delle persone, che loro comandano su tali travagli, e qualche volta di comunicare quelle che loro vengono suggerite dall' esperienza. E come mai potranno essi comprendere, od esprimere queste idee, se l'arte del disegno non è loro familiare? Quest' arte insegnata nelle scuole primarie, eserciterà il gusto ai bassartigiani, e comunicando loro il sentimento del bello, li renderà proprii a dare alla nostra industria una sorgente favorevolissima. Nell'antica Grecia, tutto il popolo sapeva disegnare, ed il gusto squisito di questa nazione era senza dubbio l' effetto della sua educazione. Che anzi quali grandi vantaggi non ha esso prodotto nelle scienze, nelle arti, e nella letteratura? La Francia che si riguarda come il centro del buon gusto, e di cui la capitale è l' Atene moderna, meriterà dalla posterità i medesimi omaggi, quando il popolo vi avrà ricevuto la medesima istruzione primaria. Possa il *Trattato* che io presento al pubblico contribuire ad ottenere questo eccellente risultamento! Questa edizione è ben differente da quelle che io ho pubblicato. Oltre i cangiamenti a me indicati dall' esperienza, e la più che doppia estenzione, che questo libro ha ricevuta, si rileverà, che esso non è più compilato per essere esclusivamente impiegato nelle scuole di mu-

tuo insegnamento. Protesto inoltre contro la conseguenza che si pretenderebbe tirarne, che io abbandoni questo metodo sulla supposizione di avervi riconosciuto degl'inconvenienti. Quei che leggeranno quest'opera, vi vedranno, che al contrario io riguardo questo metodo come preferibile ad ogni altro per insegnare ai fanciulli taluni generi d'istruzione, e specialmente per imparar loro a disegnare. Ho solamente poggiato il mio libro sopra basi più estese, perchè esso potesse essere insegnato in ogni specie di scuola primaria, affine d'introdurvi un genere di studio di una immensa utilità, e che è oggetto di ricreazione pe' fanciulli. Qualunque sia dunque il metodo d'insegnare in uno di questi stabilimenti, il mio libro, potrà, lo spero, servire a dare questo genere d'istruzione. Io non mi limito più, come prima, a dar modelli di certe figure, e ad indicare i sistemi da eseguirsi, per imitarli *a mano volante*. Insegno inoltre a disegnare le piante degli edifizii col regolo, e col compasso; l'agrimensura, e la formazione delle piante; a tracciare delle proiezioni, ed a comprenderne l'uso; ad imitare de' disegni di forma irregolare, simili a quello che ci offre la natura, e quindi a disegnare la figura umana, i paesaggi, le macchine, l'architettura; infine io do alcune regole di prospettiva. Questi oggetti formano cinque novelle sezioni nella presente opera.

L'insegnamento del disegno nelle scuole è ormai importantissimo, stante che per l'influenza, e per i talenti del Sig. Carlo Dupin, la geometria, e la meccanica sono un oggetto universale di studio; poichè questi rami di conoscenze sono intimamente legati insieme; e i progressi dei discepoli in questi nuovi stabilimenti diverran-

no più rapidi, i loro successi più assicurati, quando essi saranno esercitati nel disegno, e conosceranno la teoria delle proiezioni. E desso è uno de' motivi, che mi ha spinto a trattar la presente teoria in questa mia opera.

In un rapporto sulla precedente edizione di questo trattato fatto all' Accademia delle Scienze, ed inserito nella rivista enciclopedica (n. 36. novemb. 1827) il Sig. Silvestro stabilì sù pruove evidenti l' immensa utilità dello studio del disegno lineare per tutte le professioni. Egli dimostrá, che da tempo immemorabile i più celebri artisti ne han raccomandato la pratica. Le antiche nazioni facevano entrare questo studio nell' istruzione pubblica : devesi attribuire a questo metodo lo squisito gusto, di cui fa prova il giudizio, che essi facevano sui monumenti architettonici, e sulle opere degli scultori, e dei pittori. Devo quì far testimonianza della mia riconoscenza ai Sig. Mirbel, de Silvestre, membri dell' Accademia delle scienze ; de Lasteyrie, Vice presidente della società d' incoraggiamento ; Leclére, dell' Istituto; Vallot, ingegniere in capo, e professore nella scuola de'ponti e strade, e ad altre persone, che mi hanno onorato dei loro consigli in quest' opera. Ma i consigli a me dati dai signori Mèrimèe, Segretario dell' Accademia di belle arti, e da Prevost, Architetto di Luxembourg, mi han sopratutto servito di guida ; e se il pubblico accoglie questo mio travaglio, stimo mio dovere di rapportarne a loro tutti i successi.

INSEGNAMENTO

DEL

DISEGNO LINEARE

IDEE PRELIMINARI.

Già da gran tempo ottimi ingegni desideravano vedere introdotto l'insegnamento del disegno nelle scuole elementari. Quest' arte, utile quasi a tutte le professioni, l'è soprattutto alla classe popolare, i cui travagli consistono quasi sempre ad imitar delle forme. Senza parlar delle professioni, che fanno del disegno uno studio particolare, e che è la base essenziale de' loro lavori, gli anotomisti, i medici, i naturalisti, i fisici, i marinari, i viaggiatori hanno ad ogn' istante bisogno del disegno per esprimere le loro idee, spiegarsele più chiaramente, e farle comprendere agli altri. Introdotta nelle scuole primarie l' arte del disegno, accrescerà le risorse del povero, e darà più perfezione al suo travaglio. Quest' arte è utile quasi a tutt' i mestieri. Carpentieri, apparecchiatori, ferrai, falegnami, tutti i manifatturieri, i meccanici, gli ebanisti, ed io potrei citare quasi tutti gli artigiani, hanno bisogno del disegno. Questa è un arte che bisogna saper leggere per concepire gli oggetti, di cui l' esecuzione è stata comandata in seguito alla traccia d' un modello; e scrivere, per manifestare le sue idee, e farle comprendere ad altri. Essa non esprime,

come la scrittura , articolazioni e suoni , ma figure reali : introdotto nell' insegnamento delle classi inferiori , il disegno deve necessariamente perfezionare i loro prodotti , ed elevare la nostra industria al più alto grado di splendore.

In una parola , se l' arte del disegno non contribuisce , come la lettura , e la scrittura , ad elevare la morale delle nazioni , è forse più utile alla prosperità della loro industria , ed al benessere di ciascuno nella professione ch' esercita.

Queste considerazioni hanno colpito un uomo di stato , che si glorifica d' esser annoverato fra i più fermi sostegni della istruzione pubblica : il Duca di Cazes, allora presidente del Consiglio de' Ministri , ha voluto introdurre l' insegnamento del disegno nella scuola , ch' egli ha fondata a Liburna , limitando questa bell' arte alla sola parte che serve all' uso del popolo , cioè il *Disegno Lineare*.

La maggior parte delle facoltà dell' uomo , quando si esercitano , possono giungere ad una perfezione , di cui è difficile formarsi una idea. Il Duca di Cazes ha concepito il gran pensiero, che si potrebbero perfezionare i nostri organi fino a dare alla mano , ed agli occhi una precisione quasi uguale a quella , che si ottiene dagl' istrumenti usuali. Ed all' oggetto egli ha riunito parecchi Membri della Società d' istruzione clementare , per preparare un travaglio sull' arte del disegno lineare , affinchè i principii seguiti nel metodo dell' insegnamento mutuo fossero applicati a questo genere d' istruzione. Io sono stato incaricato di questo lavoro , ajutato dai Signori Mirbel , de Lasteyrie, Hachette, Mèrimèe , e Cloquet. Vengo a render conto del modo, onde è stata compiuta questa intenzione , e del risultamento di questo tentativo.

Le basi donde ci siamo partiti , sono le seguenti :

1.° Le figure geometriche sono state considerate come quelle di dover prontamente servire di primo modello. Rileviamo dal cerchio di *Giotti*, dai trattati elementari *d' Alberto Durer*, *e Giovanni Cousin* , che in tal modo questi grandi Maestri hanno concepita l' arte del disegno. Dopo queste considerazioni , alcune figure geometriche sono state disposte secondo l' ordine delle difficoltà del disegno, per servir di modelli.

2.° Ciascuna figura ha relazione ad uno de' lavori di comando , che fa il maestro ai suoi discepoli.

3.° Un travaglio preparato dal maestro è destinato a metterlo nello stato d'istruire i suoi allievi, di rimuovere le difficoltà che il disegno presenta, e di far comprendere i diversi comandi.

4.° Infine, giusta il modo praticato nel mutuo insegnamento, al quale questi principii sono applicabili, come ancora ad ogni altra sorta di scuole primarie, non si suppone inoltre alcuna conoscenza di disegno, nè nel maestro, nè nei discepoli, e tutti presso a poco alquanto abili, sia in geometria, sia in disegno, devono arrivare a delineare correttamente tutte le figure d'ornamenti adoperati nelle arti; e ciò senza precetti speciali, senza ciocchè chiamasi *lezioni*, ma pel solo impero dell'esempio, e dell'imitazione.

Il Sig. Mirbel, saggio accademico, che ha egli stesso designate le figure delle sue eccellenti opere d'istoria naturale, ha pure immaginato, che si poteva trarre partito da questa circostanza, per abituar l'occhio a valutare in metri le dimensioni, ed esercitarlo ad apprezzare le nuove misure. Era lo stesso che operare in Francia una rivoluzione felice nelle abitudini nazionali. Queste misure, di cui il potere legislativo non ha potuto ancora introdurre l'uso in tutte le classi della società, non offrono alcuna obbiezione alla ragione più difficile a contentarsi: ma bisogna consentire al sacrifizio delle abitudini, per adottarne delle nuove; sforzo, di cui gli uomini istruiti sono capaci, ma che è quasi impossibile ad una popolazione numerosa.

D'altronde il nuovo sistema metrico nato in mezzo alle nostre procelle politiche ha incontrato altrettanti ostacoli al suo stabilimento nell'allontanamento di certe persone, per i principii di governo di questi tempi infelici, per la pigrizia di spirito, che os'a all'innovazione, e per l'odio, che portano certi uomini a tutto ciò che è utile.

Il mezzo di rendere popolari le nuove misure è d'introdurle dall'infanzia negli usi domestici, e le scuole pubbliche sono giustamente sembrate al sig. Mirbel un'occasione sicura di pervenire a tale scopo. La commissione ha prescelto con ansia questa bella idea. Dal primo tentativo si sono ottenuti dei successi, che sorpassano ogni speranza.

L'insegnamento di disegno lineare è stato introdotto in un grande numero di scuole primarie, e spesso i risultamenti sono stati felici. Si può egualmente affermare, che

i cattivi successi non devono essere imputati, che alla inerzia dei maestri.

In origine questo metodo non era destinato, che alle scuole del mutuo insegnamento. È stato facile quindi di renderlo idoneo ad ogni sorta d' istruzione primaria, e anche di estenderlo ai varii rami dell' arte del disegno. Il trattato, che noi pubblichiamo, è il risultamento di questo travaglio.

L' istitutore, qualunque sia il metodo seguito per l' insegnamento in una scuola, dovrà dunque penetrarsi prima di tutto dei principii raccomandati dalle istruzioni generali, che or ora daremo. Mi lusingo di sperare, che i precetti contenuti in questo trattato sono assai elementari, perchè la più comune intellingenza basti senza soccorso straniero, a dirigere le scuole verso l' insegnamento del disegno.

DIVISIONE DELL' OPERA.

Il disegno lineare è l' arte d' imitare i contorni dei corpi, e delle loro parti coll' ajuto di semplici linee, e senza il soccorso di ombre, e di colori. Senza dubbio un disegno ombrato o colorato, una pittura, per esempio, imita meglio la natura, ed ha più vita e movimento, che un semplice abozzo, il quale non offre che l' immagine dei contorni. Ma oltre che, per ben dipingere ed ombrare, bisogna prima di tutto, che le linee sieno esattamente disposte nelle relazioni che il soggetto richiede, il che rende lo studio del disegno lineare indispensabile ai più grandi artisti, egli è certo, che un disegno a linee basta sempre, quand' egli è fedelmente eseguito, per dirigere l'artista, e permettergli di fabbricare tutti i pezzi, ch' egli deve mettere in un insieme. Un fabbricatore, un carpentiere, un' ebanista, un falegname, un ferrajo non può esser sicuro di far bene un pezzo dell' arte sua, s' ei non si ha subito reso conto, per mezzo d' un disegno che si chiama *pianta*, delle dimensioni di tutte le parti, e benchè non sia raro, che alcuni artieri suppliscano alle cognizioni del disegno con una grande destrezza, e con saggi ripetuti; ciò non ostante essi debbono esser sicuri, che un disegno, grossolano che sia, avrebbe loro risparmiato molti tentativi, ed abbreviato il travaglio.

Non bisogna dunque intraprendere una costruzione qua-

lunque senza averne disegnato in linee le diverse parti. Ora questo disegno è di grandezza naturale, e si trasporta sopra una superficie di gesso quando la dimensione è oltremodo estesa, come fanno i carpentieri, e gli apparecchiatori: ora si fa il disegno sovra un foglio di carta, ed accade spesso, che per facilitarne l' esecuzione, si riducono le dimensioni alla metà, al terzo, al quarto etc. Questi disegni offrono un potente soccorso agli artisti per l' esecuzione dell' oggetto, che hanno in vista. Essi devono essere fatti con cura, e servendosi d' istrumenti, purchè i pezzi sieno fedelmente disegnati nei loro rapporti esatti di commessure, e di dimensioni.

Spesse volte l' artista vuole solamente rendersi conto di un effetto, ovvero egli ha il progetto di spiegare ad un'altro una qualunque correzione, gli basta allora un disegno fatto a mano volante poco corretto, ma rapidamente schizzato, ed atto a manifestare il suo pensiero. Il disegno senza il soccorso degl' istrumenti, gli è dunque necessario. È necessario ancora a quei, che si danno alla pittura, o alle arti sorelle. L' immaginazione, il gusto, e le altre qualità, che queste arti esigono non permettono che si lascino guidare dall' uso degl' istrumenti, ma sia che questi vogliono essere adoperati, sia che nò, non è men certo, che è di potente ajuto l' applicazione dei principii del disegno lineare.

Quest' opera è divisa in *sette sezioni*, di cui conviene prima indicare il fine e l' oggetto.

Nella *prima* tutt' i disegni devono essere eseguiti *a mano volante*, imitando i modelli. Gli allievi v'incontrano dapprima delle grandi difficoltà: ma queste svaniscono coll' esercizio.

Nella *seconda* s' insegna a disegnare tutte le medesime figure, *servendosi degl' istrumenti di geometria*. Il maestro, assai penetrato dei metodi e delle operazioni, che vi si descrivono, *non dà per così dire alcun precetto ai suoi* discepoli, ma pratica innanzi a loro i processi grafici, che sono bastevoli per mostrarne loro l' applicazione.

La *terza* ha per oggetto *l' applicazione dell' aritmetica alla geometria*. Vi si faranno esercitare quegli allievi, già alquanto abituati al calcolo decimale. Questa parte dell' opera contiene una serie di problemi, che i falegnami, i fabbricatori, i carpentieri etc. sono spesso obbligati a risolvere. Queste quistioni devono destare dell' interesse nello studio dell' aritmetica.

*

Le ultime sezioni dell' opera non possono essere insegnate, che a piccol numero di allievi, nei quali il maestro avrà scoperto della sagacità. Quindi le medesime sono più al suo uso, che a quello della classe. Egli dirigerà quest' insegnamento in una maniera individuale, poichè avverrà ben di raro, che un gran numero d' allievi possa prendervi parte.

La *quarta sezione* dà i principii *d' Agrimensura*, e di formazione di *piante*, soggetto d' una grande utilità, che con ragione si vuole ora fare entrare nell' istruzione primaria, e che si lega d' una maniera molto naturale col disegno geometrico.

La *quinta sezione* racchiude i principii del disegno di figure *irregolari*, e che per conseguenza, devono essere eseguite a mano volante. È questa una sorta d' introduzione nell' imitazione de' corpi naturali.

La *sesta sezione* tratta delle *proiezioni*. Vi s' insegnano i *principii del disegno* delle macchine, *gli elementi di architettura*, e la maniera di mettere insieme i pezzi d'un sistema.

La *settima sezione* dà le principali regole della *prospettiva*, ed insegna a mostrare gli oggetti in tutti i loro aspetti, come se fossero presenti ai nostri occhi.

Opiniamo, che le persone, che avran ben comprese, e messe in pratica le figure racchiuse in quest'opera, saranno idonee a far dippiù progredire con successo tal ramo particolare dell' arte del disegno, a cui sono addetti; od almeno che gli operai, gli artigiani, i quali vivono col travaglio delle loro mani, non saranno affatto ritardati a comprendere, e seguire, ed ancor correggere i disegni destinati a rappresentare gli oggetti relativi all' arte, alla quale sono adoperati: poichè sopra tutto a questa classe della società noi abbiam consacrato la nostra opera, che d' altronde è suscettibile di convenire a tutte le altre.

ISTRUZIONI GENERALI

PER L' ISTITUTORE.

Quando si stabilisce una scuola dietro un metodo qualunque, se sin dal principio vi si vuole introdurre il disegno, s' incontrano delle grandi difficoltà, le quali svaniscono da

che lo stabilimento è formato : il travaglio allora, per così dire si agevola da per se stesso. Bisogna procedere sempre nell' ordine seguito. Queste prime difficoltà non possono essere rimosse che dalla perseveranza , e dallo zelo dell'istitutore. S' egli dirige una scuola d' insegnamento mutuo, deve cominciare dal formare *degli ammonitori* con l' ajuto di lezioni particolari date a un piccol numero di soggetti intellingenti , ed alcun poco istruiti ; esercitarli a de' lavori di comando , ch' essi faran subito concepire agli altri , ed accostumarli a comprendere gli ordini , che la voce, o il gesto loro trasmette. Nell' altre sorte d'insegnamento , il maestro deve procedere , in riguardo di ciascun allievo in particolare , come si è detto doversi addiportare cogli ammonitori. Il metodo, che noi esporremo è adatto a tutte le sorte di scuole primarie , qualunque sia il metodo d' insegnamento , che da loro si tenga.

Per insegnare il disegno bisogna che il maestro consacri oltre la durata dei travagli , qualche ora a formar più allievi presi a scelta nella classe , i quali serviran di guida ai loro compagni per la sola forza dell' imitazione , e dell' esempio. Egli dunque sceglierà otto, o dieci fra gli allievi più idonei a quest' impiego , e gli eserciterà praticamente nelle regole , che si svilupperanno. La maggior parte de'precetti, che noi daremo, sono riservati all' uso del maestro solo ; ma se nelle classi non si vogliono dare dei precetti , non si può fare a meno però d' istruire un piccol numero di discepoli scelti tra i più intelligenti. La latitudine dell' istruzione , che l' istitutore darà a questi soggetti di scelta , dipenderà dalla loro sollecitudine e capacità. Dovrà anticipatamente penetrarsi delle presenti istruzioni generali , destinate a fargli concepire l' insieme delle operazioni : leggerà quindi le spiegazioni relative agli esercizii delle classi , cominciando dalla prima : metterà dunque i processi in pratica con i suoi otto, o dieci allievi, quand'egli avrà concepito l' andamento generale , e le istruzioni del dettaglio , destinate a questa prima classe. Compiuto, che sarà questo lavoro , passerà alla seconda , quindi alla terza classe ; allora introdurrà l' insegnamento nella scuola, distribuendo i suoi allievi di scelta nelle classi. Nello stesso tempo , ch' ei farà disegnare i primi quadri dal resto della classe , istruirà i suoi discepoli scelti nel disegno del quadro seguente , che si potrà subito insegnare ai migliori al-

lievi, e così di seguito. Gli allievi, che avanzano così una, o due classi sugli altri vi rimangono sempre con l' ajuto delle lezioni particolari, ed a poco a poco si vedranno introdurre le otto classi di disegno nella scuola.

Non bisogna aspettare che gli allievi abbiano riuscito, mediante un lungo esercizio, a disegnare perfettamente le figure di un quadro, per passare al quadro seguente: una mediocre imitazione è quanto deve esigersi. Le altre sezioni dell' opera daranno i principii da eseguirsi per ottenere maggior esattezza, ed ancora l' esercizio, che vi manca per ben riuscire. Nella prima sezione non v' ha altro scopo che di esercitar l' occhio, e di addestrare la mano: ed è perciò che si sono moltiplicate le figure geometriche.

L' istitutore dev' essere munito di diverse sorte d' istrumenti: il numero di ciascuno dipenderà dall' estensione della classe. Sarà dunque provvisto:

1.° Di *lavagne lisce*, cioè non striate di quelle linee parallele, solite a segnarsi per regolare l' altezza del carattere di scrittura.

2.° *Di tavole nere* di legno almeno di un metro di larghezza sopra sette decimetri di altezza (3 piedi sopra 2 $\frac{1}{2}$) Gli allievi scriveranno sovra i quadri con *matita bianca*.

Si fissano queste *tavole* al muro nella parte destinata ai semicerchi, e ad un' altezza, che permette ai fanciulli di giugnervi facilmente. Il lato inferiore del quadro dev'essere innalzato *al di sopra del suolo circa* 6 decimetri (2 piedi)

3.° Di *tavolette* di legno *circa* 47 centimetri d' altezza sopra 34 di larghezza (17 pollici 4 linee sopra 12 pollici 6 linee) sulle quali *s' incollano* le grandi *tavole* incise, che sono inserite in questo trattato. Sono questi i modelli, che i fanciulli devono avere sotto gli occhi, e copiare sul quadro nero. In quanto alle tre *tavole* incise, che terminano il volume, ed alle figure inserite nel testo, esse non servono che al solo uso dell' istruttore per fargli comprendere le operazioni, ch' ei deve fare eseguire, e le spiegazioni che vi si rapportano.

4.° Di *semi-metri* divisi in decimetri e centimetri ed in forma di *righe ferrate alla punta*. Dei metri divisi sono inchiodati sopra i quadri neri delle tre prime classi, e sono sotto gli occhi dei giovani disegnatori. Sarebbe più economico di far dipingere queste divisioni sul quadro medesimo.

5.° Di *stecche di Kutsh* avente due decimetri, divisi in centimetri e millimetri: il maestro le conserverà nel tiratojo per servirsene all' uopo, come sarà spiegato appresso.

6.° Di *tavolette di legno* di *circa* 20 centimetri di lunghezza e 12 di larghezza (7 pollici ÷ sopra 4 ÷) sulle quali *s' incolla* la tavola dei comandi, che deve fare il maestro o l' ammonitore. Questi tiene la tavoletta nella mano, vi legge una frase, e fa eseguire il suo ordine. Tali comandi sono esposti alla fine del libro con i numeri delle figure, che vi si rapportano.

7.° Di grandi, e piccole *squadre* che servono a segnare delle perpendicolari, o a verificare se gli angoli che si son descritti sieno retti: le grandi servono per gli esercizii sul quadro nero, e le piccole per il disegno sulle lastre nere: le une hanno 24 centimetri sovra 30 circa (8 pollici ÷ sopra 11) le altre 5 centimetri sopra 5 (5 pol. ÷ sopra 5 pollici ÷)

8.° Di grandi e piccoli *compassi* di ferro o di legno, che son destinati a descrivere de' cerchi; gli uni hanno circa 3 centimetri di lunghezza, gli altri 12 (11 pollici, o 4 ÷)

9.° Infine di *regolatore*, o semicerchi graduati.

Il maestro deve subito persuadersi, che tutte le parti dell' istruzione del disegno si fanno con ordine, e secondo il metodo della sua scuola: per esempio, se si tratta dell' insegnamento mutuo, il maestro gli ammonitori e gli allievi sono quasi tutti poco istruiti in quest' arte, ed intanto si comunicano delle reciproche istruzioni senza dare alcun precetto, e per la sola forza dell' imitazione. Il successo devesi piuttosto al buon ordine, ed allo zelo, che alle conoscenze del maestro; il che distingue sovra tutto questo novello metodo.

L' insegnamento del disegno si fa precisamente come quello della scrittura, e del calcolo. Gli allievi, stando in piedi, disegnano sopra un quadro nero, innanzi al quale essi sono disposti a semicerchio al numero di sei a nove, avendo innanzi gli occhi i quadri delle figure, di cui devono imitare i contorni; oppure stanno assisi sui loro banchi, e disegnano muniti di lapis, e di lavagne. In quest' ultimo caso l' ammonitore legge sulla tavoletta un comando, gli allievi lo eseguono sulla lavagna; e l' ammonitore corregge senza dir nulla. Innanzi al quadro nero, il fanciullo vede la figura, modello ch' ei deve imitare, e la correzio-

ne è fatta all' istante da un' altro fanciullo fornito del bastone di comando, ch' è un semi-metro diviso.

Negli altri modi d' insegnamento il metodo è presso a poco lo stesso: soltanto è il maestro che comanda e corregge (v. la nota a pagina 27). Non è solamente la mano del fanciullo, che devesi esercitare: l' occhio ancora deve acquistare la giustezza e la precisione pel calcolo delle distanze, la direzione delle linee, la forma dei contorni: vi ha tanto di merito per correggere una linea, o solamente nell' accorgersi in qual parte, ed in qual modo è difettosa, quanto ve n' ha a segnarla correttamente. Il maestro dunque, o l' ammonitore apprende quanto gli altri, ciocchè non accade sì facilmente nella scrittura, e nella lettura presso le scuole mutue, dove si è osservato che gli ammonitori non sempre s' istruiscono, insegnando agli altri.

Bisogna seguire due metodi differenti, secondo che gli allievi si astengono, o si servono degl' istrumenti per disegnare. Nel primo caso, che soltanto forma l' oggetto della prima sezione dell' opera, i fanciulli non adoprano mai la riga, la squadra, nè il compasso; quindi bisogna che l' abitudine basti per formare queste figure con una certa regolarità. Quest' istrumenti non sono dunque che nella mano del maestro o dell' ammonitore come mezzi di verifica. Si conosce dall' esperienza, che purchè un fanciullo non sia totalmente sprovvisto di disposizioni, deve giungere a segnare delle linee rette, dei cerchi, dell' ellissi, e le diverse combinazioni di queste figure, e colla maggiore esattezza in molte circostanze. E questo non perchè si manchi di principii idonei a guidar l' allievo nei disegni ch' ei fa, il che formerà in seguito l' oggetto di nostra attenzione: ma prima di tutto importa di trarre partito dalle disposizioni naturali dei fanciulli abbandonati alle sole risorse della loro intelligenza.

Non bisogna giammai, che l' allievo volga la sua lavagna per facilitare l' esecuzione del suo disegno; una delle conseguenze, che si attende dal suo travaglio è che pervenga a disegnare delle linee in tutte le posizioni, senza cambiare il luogo della lavagna, o della carta.

Bisogna soprattutto che l' allievo si abitui con le unità metriche, siano lineari, o di capacità; l' occhio dev' esre per lui un regolatore così certo, come s' ei fosse mu-

nito d' un metro ; si tratta di abituarvelo, perchè il senso della vista, divenga un senso quasi infallibile. Gl' istrumenti graduati in decimetri , centimetri, e millimetri , messi continuamente sotto i suoi occhi debbono menare a questo risultamento. Un metro fissato o dipinto su del quadro con delle suddivisioni in centimetri , guida l' occhio del fanciullo : perchè tutte le figure devono essere sottoposte a dimensioni metriche, che il maestro, o l'ammonitore fissa a suo piacere. Quelle del *litro* , *dell' ettolitro* misure di sostanze solide , e liquide , sono ancora nel numero delle figure a di egnarsi.

Nell' altro metodo del disegno si fa uso d' istrumenti geometrici : noi abbiamo nella seconda sezione le regole del disegno delle figure delle nostre nove prime tavole : allora il maestro eserciterà i suoi discepoli ad impiegare la riga , la squadra , ed il compasso. Ogni volta , che si dovrà fare un disegno , bisognerà che l' allievo lo traccia dapprima , senz' altro soccorso , meno che quello del suo colpo d' occhio , e poi coll' ajuto degl' istrumenti potrà correggerlo da se stesso.

Si fa uso in geometria di certe espressioni , come di *diametro* , *rettangolo* etc. che hanno precisi attributi : il maestro deve conoscerli, e noi avremo cura di spiegarli quando ne avremo bisogno. Ma non è assolutamente necessario di communicare ai fanciulli queste istruzioni tali quali saranno sviluppate. La forma dei modelli , e l'abitudine d' imitarli bastano per far loro adattare a queste parole un senso preciso , senza che le spiegazioni sieno infruttuose. Non si comprende forse , che sia un raggio, un centro , un' angolo , senza l' ajuto delle definizioni ? L'uso renderà ancora superflue quasi tutte le altre instruzioni. D' altronde il libretto degli ammonitori (alla fine del libro) contiene queste definizioni , che si daranno di poi ai fanciulli ; quand' essi han già acquistata l' intelligenza delle forme. Il vero metodo d' insegnamento , che noi esponiamo , è di non ricorrere alle lezioni particolari, a' precetti teoretici , che in casi rari , e soprattutto nelle ultime sezioni dell' opera.

I. DISEGNO A MANO VOLANTE.

Supponiamo già introdotto l' insegnamento del disegno in una scuola, e seguiamone i travagli. Tutt' i fanciulli, anche i più teneri, sono divisi in otto classi, secondo i loro gradi d' abilità, e tutti sono insieme occupati a disegnare. Siccome questo travaglio si può eseguire in due modi, sovra un gran quadro nero, o sopra piccole lavagne: questi due modi esiggono una pratica differente. Per meglio far concepire l' ordine d' insegnamento, distingueremo questi due modi di travaglio.

I. CASO

Gli allievi sono ordinati innanzi al quadro (1).

Ciascuno allievo tiene in mano un pezzo di matita bianca non tagliata. Stà a lui di scegliere le punte accidentali dell' estremità della matita per tracciare con più precisione delle linee sottili. Solo ne' primi tempi v' ha bisogno un poco d' indulgenza per questo principio, a fin di non rendere le linee troppo informi, e si permette di tagliare la matita in punta grossolana. Il fanciullo deve sempre tenerla a corto coll'estremità delle dita per evitare, che appoggiandosi troppo non l' infranga.

Nell' ottava classe, dove i vasi e gli ornamenti presentano più difficoltà, si permette di tagliare il lapis.

Al disopra del quadro nero si situa *la tavola*, dove sono le figure da copiarsi, a vista dei fanciulli ordinati in semi-

---

(1) Si tiene in alcune scuole una pratica assai difettosa e nociva ai progressi del disegno, facendosi disegnare le figure sulla lavagna prima dell' esercizio sulla tavola nera. Da ciò ne segue: 1.° che i fanciulli, non avendo veduto le figure, o non conservandone la memoria, non comprendono il senso degli ordini ricevuti, mentrecchè se essi avessero un momento prima disegnate coteste figure sulla tavola nera, nulla sarebbe ad essi loro più facile, che rifare il disegno sulla lavagna. 2.° Gli ammonitori non possono comprendere gli ordini di essi loro che ricorrendo a dei modelli, il che gli obbliga ad avere presso di loro un quadro assai incomodo pei movimenti. Bisogna assolutamente cambiare cotest' ordine di lavoro, ed esigere che gli ammonitori si astenghino di vedere i modelli.

cerchio. Bisogna un piccolo scanno, sul quale il fanciullo possa salire per disegnare, perchè spesso il quadro si trova situato troppo alto, dal potere arrivarci commodamente, e vedere ad un tempo la figura che è situata al disopra, o di lato.

Sta il maestro, o l'ammonitore dirimpetto al muro, tenendo un semi-metro per bastone di comando. Egli destina un allievo, che entri nel cerchio, e segni sul quadro nero. Fatta la figura, se il maestro non è contento, fa avanzare l'allievo che lo segue, e gli ordina di correggere, o di rifare la figura; quindi passerà al terzo, al quarto, ed infine la disegna egli stesso. Passa in seguito ad un altra figura, che mostra del pari col comando.

A un segno dato rivolgesi *la tavola* dei modelli, e ciascuno allievo per giro riceve il comando di segnare di nuovo le figure a memoria, e senza avere i modelli innanzi agli occhi.

Il maestro dovrà frequentemente segnare in decimetri, ed ancora in centimetri, le dimensioni delle linee, ch' egli vuol che si disegnino. Il suo bastone di comando gli serve quiudi a verificare, se l'esecuzione è giusta (1).

---

(1) Nelle scuole d'insegnamento mutuo, tutti gli ordini sono dati dagli ammonitori. L'ammonitore generale dà il segno di cominciare i lavori, gli ammonitori di ciascuna classe comandano al loro semi-cerchio. Scorso il tempo consagrato a queste operazioni, l'ammonitore generale ordina, che si cessi il lavoro de'semi-cerchi: le ricompense si danno secondo la regola scritta nella lettura: ciascuno si pone nel proprio luogo sul suo banco, ove va a disegnare sopra la lavagna.

Del pari che negli esercizii della scrittura, si ha cura di fare scrivere sulle *lavagne* le medesime lettere, sillabe, o parole, che si sono lette sui quadri, o nei semi-cerchi di lettura, i soggetti de' dettami di disegno devon' essere relativi alle medesime figure, che i fanciulli hanno delineato sul quadro nero col gesso, e che devono attualmente disegnare sulla *lavagna* col lapis bigio, e con la semplice rimembranza delle figure, o al comando dell'ammonitore della classe.

Il meccanismo dell'insegnamento del disegno nelle scuole mutue, come si vede, è precisamente lo stesso, che quello del calcolo e della scrittura, se non se questa non è punto sottomessa al regime dei semi-cerchi. Inoltre la classe trovandosi provvista di quadri neri, potrebbesi portare l'uniformità fino a fare scrivere col gesso delle lettere, e delle parole sopra queste tavole.

Negli esercizii del disegno sulla *lavagna* l'ammonitore generale

II. CASO.

Gli allievi sono assisi su i loro banchi, e muniti sono essi di una lavagna liscia, e d' una matita.

Il maestro o l' ammonitore legge ad alta voce uno dei lavori di comando che sono scritti sulla tavoletta, de' quali gli allievi, o nei giorni precedenti, o nello stesso istante, sono stati già esercitati a delinearli ne' lor semicerchi. Noi abbiamo cominciato dall' esporre il lavoro de' semicerchi, e l' ordine della classe esigge, che si faccia prima il lavoro sulle lavagne; affinchè l' enunciato lavoro di comando sia ben compreso, è necessario, che gli allievi abbiano già avuto l'occasione di vedere eseguire coteste figure. Se la memoria del fanciullo non sarà felice, uno sguardo anche rapido sulla vicina lavagna, basterà per riprodurgliene la idea.

Queste pratiche saranno continuate sino a che la lavagna sia tutta ingombra delle figure 4. 5. 6.

E quando i fanciulli della ottava classe di disegno si mostreranno già abili in ciò, saranno ad essi distribuite delle matite rosse o nere; ed egliuo stessi dovranno disegnar sulla carta le indicate figure.

---

comanda il principio del lavoro; dicendo: *ottava classe*, *cominciate*; all' istante l' ammonitore di questa classe ordina; poi quello della settima; quindi quello della sesta ec. Ciascuno ammonitore sceglie sulla sua tavoletta uno dei comandi scrittivi, e gli allievi s'occupano a disegnare la figura ordinata, mentre le altre classi disegnano le proprie. Quando l'ammonitore della 1.ª classe ha fatto il suo comando, il tempo scorso in questa successione d' ordine ha dovuto permettere agli allievi dell' ottava classe di disegnare la figura comandata, e l' ammonitore di questa dà un nuovo comando. Quello della settima classe comanda a sua volta; poi quello della sesta ec., e ciò si continua nello stesso modo che nell' insegnamento della scrittura fino a che la *lavagna* sia presso a poco tutta coverta di disegni (da 4 a 6 figura): allora l' ammonitore particolare ne dà il segno, girando il suo telegrafo, l' ammonitore generale ordina che si proceda alle verifiche; ciascuno ammonitore particolare, passando in rivista tutte le *lavagne* del suo banco, corregge i segni difettosi.

Ben' inteso, che se il disegno comandato non ha potuto ancora essere effettuito, quando il giro ritorna ad una classe di dare un'altro comando, l'ammonitore di questa classe nulla comanda, e *passa la parola* a quello della classe seguente.

Ciascuna figura dovrà, a piacere del maestro, avere dimensioni determinate, ed espresse in centimetri, e che saranno, a volontà di lui, trascelte, e variate in cento e mille maniere: per esempio, egli leggerà sulla tavoletta — *Delineate un quadrato* —e può soggiungere—di *tre centimetri* per lato: — *Delineate un triangolo equilatero*, e soggiungnerà di *cinque*, o *sei*, o *sette*. . . . . — La grandezza della lavagna non permette che ad una figura si dia una estensione maggiore di 8. a 10. centimetri; e d' altronde non sarà mai permesso l' uso de' millimetri.

Allorchè la lavagna sarà quasi tutta ingombra di figure, il maestro procederà alla correzione secondo il metodo ordinario. Egli, in ragion della classe, prenderà una squadra, o un compasso; nel più profondo silenzio vi applicherà la sua riga, o la sua squadra per mostrarne i difetti; e quindi le segnerà meglio, e ne correggerà le irregolarità.

Maniera di procedere alle correzioni del disegno.

Le correzioni devono esser fatte con esattezza, e con rapidità. Da una parte, innanzi alla tavola nera, non bisogna che l' attività del semicerchio languisca, e che il tempo sia inutilmente perduto. Dall' altra parte, il tempo delle correzioni del disegno non deve oltrepassare i quattro minuti per i sei comandi già disegnati sulla lavagna.

Conviene adunque osservar le regole, che ora stabiliremo al riguardo. A mostrarne l' applicazione, ed a far meglio concepir l' insieme del sistema d' insegnamento, metteremo in attività una classe, ed indicheremo con degli esempî il modo da tenersi.

Dirimpetto alla tavola nera vengono disposti in semicerchio otto fanciulli presi dalla seconda classe del disegno: a piè della tavola trovasi la figura stampata, che presenta i modelli alla vista di tutto il gruppo. Il maestro, o l' ammonitore, stando nel mezzo secondo il solito, e tenendo in mano una riga della lunghezza di un semi-metro per bastone di comando, mostra la figura 9, e legge sulla sua tavoletta il lavoro, che ha relazione al comando che egli indirizza al fanciullo n.° 1.

Tirate due linee obblique, che s' intersechino ad angoli retti.

Il fanciullo delinea la figura, e nella ipotesi che a fronte

della conosciuta abilità degli altri allievi del gruppo, il maestro trovi, che la figura sia mediocremente eseguita, e che non vi sia luogo a sperare che la correzione, la quale potrebbe portarvisi del fanciullo n.° 2 possa migliorarla, egli *farà cassare* il disegno; il fanciullo n. 1 torna al suo luogo; e l'altro n. 2 imprenderà a delineare la stessa figura. Supponiamo che questa abbia de' difetti: il maestro dirà: *appresso*; ed il fanciullo n. 3, si avvicina per corregere il disegno del n. 2; ma quando quegli portasse sconciamente sulla tavola la sua matita, e mostrasse così di non avvertire dove sia il difetto; il maestro di bel nuovo dice: *appresso*; il n. 3 allora fa ritorno al suo posto, ed il n. 4, si avanza per corregere. Supponiamo, che questi abbia lodevolmente rettificato il disegno; la parola *avanti*, gli annunzia, che esso deve occupare il posto n. 2, dinanzi ai due precedenti da lui superati; prima però egli passerà la spugna sul disegno.

Il fanciullo n.° 5.° disegni, quando spett' a lui, la medesima figura; e se l' avrà eseguita meglio del N.° 3.°, o 4.° egli, giusta il parere del Maestro, che non dovrà spiegarne i motivi, passerà avanti. Presentando il disegno del N.° 5.° qualche difetto, sebbene siasi giudicato preferibile al precedente, sarà tuttavia esso pure sottoposto a correzione, ed il fanciullo N.° 6.° ne farà l' esperimento; e così di seguito.

Accaderà spesso che due allievi avranno errato in differenti parti ne' loro disegni: l' uno avrà, p. e. tirata una linea tortuosa, ma la retta che l' interseca sarà perfettamente perpendicolare; mentre l' altro avrà tirate le sue linee rette sì, ma non perpendicolari. Cadrà allora il dubbio nel decidere a quali delle due dovrà cedersi la preferenza. Il Maestro però la darà a quello che avrà meglio fatta la cosa più difficile; ed il grado di difficoltà sarà indicato dall' ordine delle domande all' oggetto graduate. Così nel nostro esempio, il primo allievo che avrà data alle sue linee una giusta posizione perpendicolare; sebbene esse non siano perfettamente rette, verrà giudicato più abile del secondo, che alle medesime avrà data la forma rettilinea, ma non ad angolo retto.

Eseguita, e corretta che avranno i fanciulli del semicerchio la medesima figura, il Maestro la segnerà anche egli con esattezza, servendosi della squadra, di cui dovrà

conoscere l' uso ; e noi indicheremo come l' abbia potuto imparare. Di poi cancellerà il proprio disegno , qualora non creda che convenga di far nuovamente eseguire la medesima figura , o che quella che gli ordinerà non abbia con essa dei rapporti di similitudine ; come , per esemp. , s' egli volesse fare un *triangolo rettangolo*, *isoscele* (fig.11.^{a}), perchè allora lascerebbe stare sul quadro il disegno già fatto , affinchè servisse di modello. Generalmente parlando ; ad eccezione degl' indicati casi , non si dovrà mai procedere ad un disegno sul quadro nero , senza prima aver cancellato quello già segnatovi. Un modello ben fatto ajuta l' occhio , e facilita il disegnatore che lo copia , del pari che un modello mal fatto lo induce in errori; poichè, illuso il nostro sguardo, noi imiteremo involontariamente anche i difetti dell' esemplare che abbiamo innanzi. Non bisogna praticare delle preferenze ad alcun fanciullo , nè indurlo a mal' eseguire : sono dessi degli eccessi da evitarsi egualmente. Dato alla classe l' ordine di rivolgere i quadri per nascondere i modelli , i disegnatori ubbidiranno , e seguendo l' ordine già prescritto delinieranno a memoria le stesse figure. Così il Maestro riprodurrà successivamente gli stessi comandi , che gli allievi eseguiranno senza vedere la tavola incisa , che precedentemente servì loro di modello : dopo eglino riprenderanno i loro posti ne' banchi della classe per disegnarvi di nuovo i medesimi delineamenti *sopra la lavagna*.

In generale la lavagna non dovrà comprendere più di due specie di figure. Nell' eseguire le correzioni , il Maestro passerà a rivista *tutte le lavagne*. Egli non ne correggerà che una per ogni due allievi , alternando ; mentre nel successivo esercizio diseguerà sulle lavagne non corrette. Siffatte correzioni si faranno rapidamente colla stecca di Hutsch , colla squadra , e col compasso , in ragione della classe , e della natura delle figure disegnate. Egli dovrà con la spugna cassare le figure assai difettose. Per coteste pratiche pochi minuti saranno sufficienti ad eseguire questo travaglio (1).

(1) Nelle scuole di mutuo insegnamento , quanto si è detto qui del Maestro devesi pur intendere degli ammonitori. A fronte della non lieve sproporzione de' fanciulli di una scuola traspare , che qualunque sia il metodo d' insegnamento adoperatovi vi dovranno essere molti di questi semi-cerchi di disegno , secondo il grado di

Perchè si disegni una figura, non si aspetterà già che i fanciulli sappiano perfettamente eseguire le precedenti, ma basterà che ne siano alqnanto abili. Nelle altre sezioni esporrémo il modo da tenersi per dare ai disegni il grado di correzione, di che sono suscettivi. Non bisogna infastidire gli allievi con un disegno che offra la medesima cosa, poichè le difficoltà presentate dalle figure successive sono graduate in maniera che ciascuna è quasi tanto facile quanto facile è stata quella già eseguita; e si comprende bene che la sollecitudine, che si acquista nel fare un disegno, ridonda a profitto per le altre figure. Converrà soltanto tornare di tempo in tempo sulle ultime, onde l' allievo le tenga sempre a memoria.

N. B. Per l' intelligenza delle istruzioni particolari da darsi, l' Istruttore dovrà avere sotto gli occhi la serie de'comandi scritti sù i quadri degli Ammonitori, come sono nella fine di questo trattato; e procedendo di quistione in qnistione, seguirà sul testo le spiegazioni successive. Quantunque le figure relative ai diversi comandi sieno annesse ad ogni spiegazione, gioverà di tenere sotto gli occhi anche i quadri rappresentanti i modelli da copiarsi.

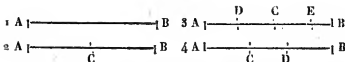
Questi dettagli generali basteranno, onde far concepire il modo, con cui progredisce in ogni scuola primaria, l'insegramento della prima sezione di questo trattato. Noi daremo a luogo opportuno le spiegazioni relative alle altre parti.

---

capacità, e di destrezza degli allievi. Per non far perdere il tempo ai suoi discepoli, il maestro farà contemporaneamente procedere molti di questi gruppi, affidandone la direzione a degli allievi scelti tra i più abili. Per tal modo il mutuo insegnamento sarà facilmente e senza nulla cambiare alla pratica ordinaria introdotto pel disegno nella sua scuola. Sono convinto che questo metodo, facendo astrazione dalle forme di disciplina, che vi si osservano, sarà per le spiegate ragioni il più comodo, ed il più conducente allo scopo per certi subbietti d' insegnamento, ed in ispecial modo pel disegno.

PRIMA CLASSE.

1.° QUADRO.



I disegni di questa classe sono semplici linee rette in diverse posizioni. I fanciulli, che l' eseguiranno, non dovranno molto stentare per segnarle. Alcuni hanno giudiziosamente osservato, che la scrittura non è che una specie di disegno, le cui forme sono anche più composte di quelle delle nostre prime figure.

Sarà dunque ragionevole il disegnare questi tratti semplici anche prima d' imparare a scrivere. I fanciulli, coll' estremità del dito, delineeranno le rette sulla tavola di arena. Le correzioni si faranno nello stesso modo, adoperando soprattutto una riga, che mostri a ciascun fanciullo i difetti della linea da lui tirata. E siccome queste linee sono estremamente semplici, perciò la determinazione di non accrescere spese ci ha menato a non fare incidere a bella posta dei quadri per le due prime classi. Il maestro copierà sulla carta quelle delle figure del primo quadro, che gli saranno necessarie.

Tutte le costruzioni sono così facili da non esigere quasi nessuna dilucidazione. I fanciulli che segneranno le lettere majuscolo A, V, M, N, E, F, non istenteranno a segnar sull' arena delle linee oblique, orizontali, verticali: questo esercizio faciliterà anche i progressi della scrittura.

1. a 4. Nelle due prime quistioni, la linea avrà una direzione qualunque; nella terza, la linea dev' essere orizontale; e nella quarta, verticale. L' ammonitore verifica se una linea sia orizontale, portando il suo metro all' estremità del quadro, e misurando la distanza di questa estremità orizontale con ciascuna estremità della linea tirata; dappoichè la distanza dev' essere la stessa dall' una all' altra estremità di questa linea. Per tirare la linea colla riga, l'ammonitore comincia a segnare sul quadro due punti ad eguale distanza dall' estremità orizontale, e tira in seguito una linea a traverso di questi due punti.



4. *Tirate una verticale*, fig. 5.ª La *verticale* è una retta tirata nel senso del filo a piombo: le due estremità debbono essere ad eguali distanze dall'orlo laterale del quadro, del che si è sicuro, misurando orizontalmente questa distanza colla riga. Sulla lavagna, chiamasi *orizontale* una retta parallela all' estremità superiore, o inferiore; la verticale è parallela agli orli laterali.

5. 6. 7. *Trovare il punto medio di una retta*. Queste tre quistioni che si aggirano a segnare il punto C, fig. 2, ad eguale distanza da A a B, sono le medesime concepite in altri termini. È difficile tagliare una verticale in parti eguali; perchè per una certa illusione ottica, la parte superiore comparisce sempre più breve dell'inferiore. Gli stessi Maestri non possono scanzare questo errore. Bisogna perciò essere prevenuto di tale difficoltà.

8, 9, 10, ed 11. *Trovare il quarto, il terzo, i tre quarti di una lunghezza*. Questi problemi non differiscono che per la enunciazione. I fanciulli tireranno una retta A B. fig. 3, e la taglieranno in quattro parti eguali ai punti D, C, E; l' una A D di queste parti è il quarto; il resto D B della linea ne contiene i tre quarti. Il metro diviso serve in seguito alle verifiche. Egualmente se il fanciullo avrà tagliata la sua linea in tre parti (fig. 4.); l' una A C di queste parti è il terzo; il resto è i due terzi.

È necessario anche l' esercitare i fanciulli a trovare le tre quinte parti, vale a dire a dividere una linea in cinque parti, prendendone solamente tre; ovvero a trovare le tre ottave parti, ec. Questa è la migliore pratica per far concepire a' fanciulli ciò che si deve intendere per frazione, piuttosto che mostrarne la grandezza calcolata in linee, ed esercitarli a formarla per mezzo della divisione dell'intero in parti eguali.

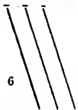
12, 13, e 17. Questi tre problemi sono relativi all' uso del metro, e delle suddivisioni di esso. Noi abbiamo già insistito, pag. 17, 27 e 29, sulla necessità di familiarizzare i fanciulli con delle nuove misure, non che sulla giustatezza, che il colpo d' occhio può acquistare, per rappresentare allo spirito le dimensioni, che egli molto si esercita a riconoscere. L' istitutore dovrà esigere, che quasi in tutte

le figure che gli allievi delineeranno, le dimensioni di certe parti sieno determinate dall' espressioni del comando dato da lui.

14, 15, e 16. Le figure 2 e 3 *bis* della tavola dicono rapporto al caso, in cui uno voglia *prolungare una linea data d' una lunghezza eguale*, *o doppio*: ivi si è osservato questo prolungamento per mezzo di un tratto incavato, onde far concepire la quistione; ma *il delineato deve essere pieno*.

20. *Tirare delle orizzontali equidistanti*, fig. 1. a 4... Misurando con la riga il discostamento delle linee dalle loro estremità, conosceremo se le medesime sieno equidistanti in tutta la loro lunghezza.

21. *Tirare delle linee parallele oblique*, figura 6.



Se la direzione di una linea retta è quella dell' inclinazione della scrittura, è facile il tirare delle linee oblique.

Quando l' allievo vi si sarà molto esercitato, il maestro gl' impedirà di adottare questa direzione, divenutagli troppo facile; e collocando alla ventura la sua riga sul quadro, l' obbligherà a preferire il grado d' obbliquità, che gl' indicherà con questa situazione. Allora una linea sarà parallela ad un' altra, quando in tutta la loro lunghezza, esse conservono sempre la medesima distanza. Per giudicare se due rette sieno parallele, basterà presentare la riga divisa, e vedere se il distaccamento, nel senso perpendicolare, sia il medesimo. Per vedere se due rette sieno perfettamente parallele, si possono anche terminarle in punti che formano due lunghezze eguali, ciò che riuscirà facile ad ottenersi colla riga metrica; quindi si presenterà questa riga di mano in mano alle due estremità, onde vedere se queste estremità sono equidistanti. Vedete il seguente problema.

SECONDA CLASSE

I.ª TAVOLA.

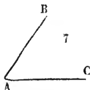
1, e 2. *Da un punto dato tirare una retta parallela ad un' altra*, figura 6. Dopo aver descritta una retta, l' allievo prenderà un punto a piacere, di cui bi-

soguerà di molto far variare la posizione. Da esso punto egli tirerà una retta parallela alla prima, val dire che sia in tutti i suoi punti egualmente distante da' corrispondenti punti della retta data. Vedete quì sopra.

Volendo il maestro servirsi della squadra, opererà nel modo che sarà spiegato nella seconda sezione.

In generale sarà utilissimo che le correzioni sieno fatte secondo le regole geometriche, siccome or ora esporremo; ed a questo riguardo è da osservare, che i fanciulli, i quali veggono praticare degli strumenti, ne apprendono l'uso senza precetti, e così divengono abili a servirsene al loro giro: di modo che imparando essi la prima sezione, ammaestrati si trovano anche nella seconda.

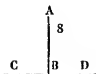
3. *Fate un angolo Acuto.*

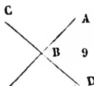


Bisogna distinguere un *angolo* da ciò che chiamasi *punto*, o *sommità*: *L'Angolo* è l'apertura, o lo scostamento di una linea A B, che ne incontra un'altra A C; e la *sommità* è il punto A dove queste due linee s' incontrano.

Un compasso, di cui si discostano graduatamente le due gambe, forma così una moltitudine di angoli differenti, a misura che esse girano per cambiare l'apertura. Desso è il grado di apertura, o scostamento dai lati, che constituisce la grandezza dell'angolo, e non già la lunghezza di questi lati A B, A C, che debbono sempre mentalmente supporsi prolungati all'infinito.

Lo spazio compreso in quest' apertura illimitata sotto di un rapporto, propriamente parlando, è l' angolo de' Geometri. Per denominare un angolo, s'indica colla lettera della sua sommità; ma siccome spesso avviene, che la sommità è comune a più angoli, per evitare la confusione, si nominano pure le due altre lettere che sono scritte su dei lati; avvertendo di *apporre la lettera della sommità tra le due altre*. Così nella fig. 7, l' angolo è indicato da A, o da B A C.





4. a 7. Immaginatevi due linee, che s' intersechino, come nelle figure 8, e 9, esse faranno degli angoli. Questi angoli saranno *retti*, se sono eguali, vale a dire, se A B non inclina più da un lato, che da un altro, di modo che ripiegando la figura secondo A B, la retta B C vada a combaciarsi con B D: dicesi allora che A B è *perpendicolare* a C D. Questo viene chiamato nelle arti *una linea a piombo*, o a *sqnadra* sù di un altra. Si dice altresì qualche volta che sonosi fatte due linee *in quadrato*. Ma se A B inclina verso B C, l'angolo da una parte è minore dell' angolo dall'altra parte, e girando la figura secondo A B, il lato B C non cadendo più sopra B D, lo spazio compreso fra le linee da una parte, oltrepasserà quello dall' altra parte. Il più piccolo angolo chiamasi *acuto*, fig. 7; l' altro dicesi *ottuso*; vedete quì sotto la fig. 28.

Così l' angolo *retto*, fig. 9., è formato da due linee perpendicolari; l' angolo *acuto* è più piccolo del retto; e l' angolo *ottuso* è del retto più grande.

Le misure delle sostanze secche sono de' cilindri, di cui l' altezza è eguale alla larghezza. Il *modio*, o *ottava parte dell' ettolitro*, ha 25 centimetri, ed un millimetro e mezzo di larghezza, e di altezza. Queste dimensioni sono incise nella parte inferiore della tavola. È d' uopo esercitare i fanciulli a delinearle, ed a riconoscerle.

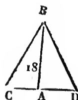
9, 10. *Tagliare una lunghezza in qnattro, o in sei parti eguali*, fig. 3, e 4. Dapprima la linea tagliasi per metà, e quindi ciascuna parte si divide in due, o tre parti eguali.

11. La *scala* di un disegno è una linea tagliata in parti eguali, di cui ciascuna parte rappresenta una unità metrica, val quanto dire un metro, o un decametro, ec. secondo le dimensioni del diseguo. Volendosi valutare la lunghezza di una linea della figura, si porta con un compasso sulla scala, per conoscere quante di queste parti o unità essa con

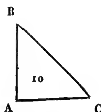
tiene. La costruzione d' una scala appartiene dunque al problema precedente. Così la figura 4 rappresenta tre metri, di cui ciascuno è diviso in decimetri.

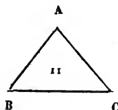
13, 14. — La costruzione di un angolo ottuso ha rapporto con ciò che si è detto di sopra. È utile che i fanciulli apprendano a delineare degli angoli, la cui apertura sia rivolta in qualunque senso (fig. 7)

15 a 18. *Fate un triangolo* ec... Fig. 10, 11, 18, 19 e 20, — Lo spazio compreso tra i lati di un angolo resta indefinito dalla parte dell'apertura, se si chiuderà questo spazio con una retta, si avrà un *triangolo* BCD (fig. 18), che ha tre angoli, e tre lati. La *base* sarà uno qualunque de'suoi lati, come CD, sopra cui s'immagina che posi; il *vertice* B del triangolo, è il vertice dell' angolo opposto a detta base: l'*altezza* A B è la perpendicolare tirata dal vertice sulla base. Si dice, che un triangolo è *isoscele*, quando esso ha, come nella figura 18, due lati eguali, C B eguale a D B. Se i tre lati sono eguali, dicesi *equilatero* (vedete fig. 21, e 24 qui appresso); finalmente sarà *scaleno*, se tutti i lati saranno disuguali (fig. 19)



I problemi 16, e 17 hanno per iscopo di far tirare delle perpendicolari in qualunque direzione, cioè di descrivere degli angoli retti in tutte le posizioni. L' ammonitore verificherà siffatte figure, applicando la squadra sul quadro, oppure, giusta il problema 6, pag. 42, col solo soccorso della riga.





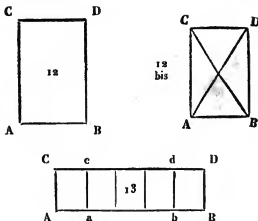
Delineate un triangolo rettangolo (fig. 10 , ed 11 ,) Chiamasi così un triangolo che ha un angolo retto A , cioè i due lati A B , A C perpendicolari l' uno sull' altro. La base può essere orizzontale , o inclinata , il che produce differenti disegni: dippiù si può prendere per base, o l' uno de' lati dell' angolo retto (A C, fig. 10) , o il lato maggiore (B C , fig. 11) : si può anche dare la direzione di uno dei lati ; bisognerà esercitare gli allievi a fare queste figure in tutte le situazioni.

Il maggior lato di un triangolo rettangolo chiamasi *ipotenusa*

31. — Fate *un triangolo rettangolo isoscele*, (fig. 10, ed 11). Bisogna che i lati dell' angolo retto del triangolo rettangolo A B C sieno eguali : nella figura 11, si è fatto A B eguale ad A C.

TERZA CLASSE.

PRIMA TAVOLA.



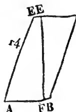
1.° *Fate un rettangolo*, fig. 12. Tal' è la figura A B D C, che ha quattro lati, de' qnali gli opposti sono eguali, e paralleli, e i suoi quattro angoli sono retti. La medesima dagli artieri si denomina *qnadrato lungo*. A B dicesi la sua *base*, ed A C la sua *altezza*. Si dovranno quindi segnare in decimetri, e centimetri le lunghezze di queste due linee; così si dirà, p. e. *Fate un rettangolo di 12. centimetri di base sopra 21. di altezza.*

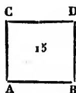
Una proprietà notevole di questa figura, che può servire a verificare se gli angoli sono retti, si è che le linee A D, C B (fig. 12 bis) chiamate *diagonali*, le quali attraversano le figure dall' uno all' altro degli angoli opposti, sono eguali.

Questa proprietà è di molto uso anche nelle arti. Per tal modo la verificazione sarà facile a farsi colla squadra, o anche con la riga; poichè A B deve essere eguale a C D, A C a B D, ed A D a B C.

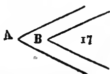
2.° *Fate un rettangolo, e dividetelo in rettangoli eguali*, fig. 13. — Basterà tirare delle perpendicolari equidistanti, come *ac*, *bd*, ec: la superficie sarà divisa in ispazii eguali.

3.° *Fate un parallelogrammo* ec : fig. 14. Il parallelogrammo ha come il rettangolo i suoi lati opposti paralleli, ma i suoi quattro angoli possono non esser retti. La perpendicolare E F, che separa i due lati dinota l' *altezza*; l' uno A B di questi lati è la *base*. Il rettangolo, il quadrato, e la losanga sono specie di parallelogrammi. Vedete i numeri 4, e 13.



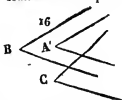


4. *Fate un quadrato*, *fig.* 15. Questa figura ha i suoi quattro angoli retti, come il rettangolo, e dippiù ha *eguali i suoi quattro lati*. Così riepilogando, se i lati opposti di una figura quadrilatera sono paralleli (fig. 14), avendo, o no gli angoli retti, essa è sempre un parallegrammo; è un rettangolo (fig. 12) se i lati sono perpendicolari; è quadrato (fig. 15) se inoltre questi lati sono tutti e quattro eguali. Infine quando i quattro lati sono eguali, senza che gli angoli sieno retti, allora la figura dicesi *rombo*, o *losanga* (vedete il problema 13) siccome non entrano in queste diverse figure che parallele, e perpendicolari, così la pruova è facile a farsi, e la figura, che il maestro deve disegnare al suo giro, non può offrire alcuna difficoltà per concepirla.



5. *Disegnate due angoli a' lati paralleli*, fig. 16 e 17. Fatto il primo angolo A; se ne faccia il secondo B, tirando due parallele ai lati. La lunghezza de' lati è arbitraria (pagina 36), perchè si è detto che la grandezza di un angolo non dipende da quella de' suoi lati. Due angoli, come quelli della fig. 17, sono eguali, non quando i loro lati sono eguali in lunghezza, ma quan-

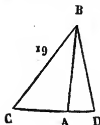
do l' apertura dell' uno può applicarsi esattamente a quella dell' altro, coincidendo perfettamente i vertici, non meno che le direzioni dei lati, quant' anche i lati dell' uno possono oltrepassare quelli dell' altro.—La figura 16 è destinata ad esercitare i fanciulli a fare gli angoli a lati paralleli in ogni sorte di posizione.

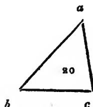


6. *Tirate delle oblique egualmente distanti dalla perpendicolare* (vedete fig. 18 pag. 38). Perchè due oblique BC, BD abbiano la condizione prescritta, è necessario che esse sieno della medesima lunghezza, o che le distanze AC, AD, a piè della perpendicolare AB, sieno eguali. Non v' è cosa più facile, a comprendere, ed a delineare.

7. *Fate un triangolo isoscele* (fig. 18 pag. 38). Il triangolo B C D che ha due lati B C, B D eguali, è detto isoscele. La perpendicolare A B, tirata dal vertice sulla base, deve tagliare la base stessa in due parti eguali; gli angoli C, e D, debbono avere la medesima apertura rivolta in senso contrario. Così l' allievo condurrà la retta C D, sul mezzo della quale eleverà una perpendicolare A B: le lunghezze di queste due linee potranno essere date in centimetri; non restando poi altro che tirare le linee BC, e BD.

Immaginando la figura piegata verso la perpendicolare A B, la parte sinistra deve combaciare esattamente su quella della dritta, cioè il vertice C sul vertice D, A C su A D, e B C su B D.





8. *Fate un triangolo scaleno a b c*, fig. 20, *ed in seguito un altro B C D*, fig. 19, *i cui lati sieno paralleli*

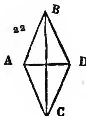
a quelli del primo. Ciò è facile a comprendersi, e non v' ha bisogno d' alcuna spiegazione. Le aperture degli angoli sono rispettivamente eguali, e questi triangoli diconsi simili. Del resto, il maestro dovrà esigere, che il primo triangolo *a b c* abbia due de' suoi lati di lunghezze date, e che il secondo triangolo abbia una base data C D. Così proposto ch' egli avrà il suo problema, esprimerà il numero de' centimetri della base, mentre che l' allievo la segnerà ec.

9. *Fate un triangolo equilatero*, fig. 21. I tre lati sono di eguali lunghezze; ed il maestro indicherà il numero de' centimetri ch' ad essi si dovrà dare.

10 e 11. *Da un punto dato A, o B, tirare una perpendicolare A B ad una retta data CD.* fig. 18.pag.38.



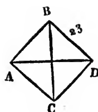
12. *Tirare una perpendicolare A B all'estremità di una linea A C*, fig. 10, pag. 39.



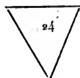
Questi tre problemi non differiscono dal 18, e dal 16, pag. 38, se non perchè la perpendicolare deve passare per un punto dato, il che rende più difficile la esecuzione. L' allievo dunque tirerà la sua retta, segnerà il punto dato, e poi delineerà la perpendicolare.

13.14. *Fate un rombo o losanga*, fig. 22. I quattro lati sono eguali, come nel quadrato, ma gli angoli non sono retti. Si tireranno due perpendicolari A D, B C: su l' una si tireranno a dritta, ed a sinistra due

lunghezze eguali in A, e D; si farà lo stesso in su, ed in giù; cioè si porteranno del pari verso C, e B due lunghezze eguali: i quattro punti ABCD, così fissati, determineranno i vertici della losanga ABCD, e non resterà altro che di unire questi vertici due a due con le rette AB, AC, BD, e DC. Se le lunghezze, che si sono tirate dall' una all'altra parte del punto di sezione delle due perpendicolari AD, BC, sono tutte e quattro eguali, la figura sarà *un quadrato situato obbliquamente*: è questo il problema 14, fig. 23.

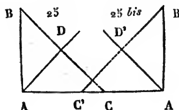


15. 16. *Fate un triangolo equilatero* cc. fig. 24. Vedete ciocchè si è detto nel problema 9.



Il triangolo equilatero potrà anche esser situato in diversi modi; il che dà luogo al problema seguente, numero 16.

Il maestro indicherà la direzione della base, ed il numero de' centimetri, che egli vorrà che essa contenga.

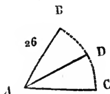


17. *Dividete per metà un angolo retto*, fig. 25. Affinchè un angolo B A C sia tagliata in due parti eguali da una retta A D, è duopo che la detta linea A D sia inclinata tanto dal lato A C, che dall' altro A B: se s' intenderà la figura inclinata secondo A D, le parti dei due lati

coincideranno, ed A B si stenderà sopra A C. L' allievo prenderà ne' lati due parti eguali A C, A B, e condurrà la retta B C; il mezzo D di B C sarà il punto, in cui la richiesta retta A D deve tagliare B C; B C sarà perdicolare sopra A D, ed il triangolo A B C sarà isoscele, come nel problema 7, e nella figura 18, pag. 38: si verificherà dunque facilmente se A D divida per metà l' angolo proposto, misurando le parti B D, e D C, che dovranno trovarsi eguali.

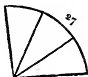
La figura 25 *bis* è la medesima, che l'altra 25, ma rivolta in senso opposto.

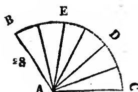
18. Se l' angolo proposto non è retto, fig 26, non recherà maggiore difficoltà per dividerlo per metà, giacchè la verificazione si farà nello stesso modo.



19. *Raddoppiate un angolo*, fig. 26. L' allievo farà un primo angolo con due rette A C, A D; in seguito tirerà A B, e bisognerà che A D divida l' angolo totale B A C per metà, il che potrassi verificare come si è detto più sopra. Qualora il maestro volesse fare esattamente il medesimo disegno, tirerà due rette A D, A C, formanti l' angolo ch' egli vuole raddoppiare, in seguito tirando, come nella fig. 25, sopra AD una perpendicolare BC, prenderà B D eguale a D C; finalmente pel punto B, in tal modo determinato, egli tirerà A B.

20. e 21. *Triplicate un angolo*, fig. 27, *dividete un angolo in tre parti, o in sei parti eguali*, fig. 28.





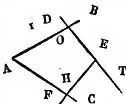
Non vi è cosa più facile a concepire, quanto siffatte quistioni, ma non è poi così facile eseguirne i disegni. Si presenteranno ai fanciulli come esercizi propri ad accrescere la precisione del colpo d' occhio ; ma non essendo ancora in uso il semi-cerchio graduato , non si potrà, nè verificare , nè disegnare da per se stesso la figura che per dirittura , e senza essere sicuro dell' esattezza. Del resto , nella seconda sezione si daranno de' mezzi di verifica , di cui il maestro potrà in seguito avvalersi.

QUARTA CLASSE.

2.ª TAVOLA.

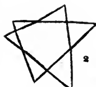
Questa classe non disegna che figure composte di linee rette.

1. *Fate due angoli a lati perpendicolari* , fig. 1. Dopo che l'allievo avrà disegnato un angolo BAC, tirerà una linea D E perpendicolare sul lato A B, di poi E F perpendicolare sul lato A C. L' angolo DEF così fatto è quello che si domanda. È da osservare che l' uno degli an-

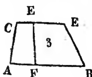


goli A è acuto , e l' altro E, ottuso ; e che se prolungate l' uno dei lati , come D E in T , l' apertura FET , nato da questo prolungamento con E F , è la stessa che quella dell' angolo A ; val quanto dire, che può trasportarsi l'angolo A in modo da farne coincidere i lati con quelli dell' angolo F E T, cioè A B con E T, ed A C con E F.

2. *Fate due triangoli a lati perpendicolari*, fig. 2. Fatto che si ha un primo triangolo, se ne costruirà un secondo, facendosi sin dal primo istante un angolo a lati perpendicolari, come si è detto, e formando questo con una perpendicolare al terzo lato.



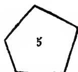
3. *Fate un trapezio*, ec. fig. 3. Chiamasi trapezio una figura ABCD a quattro lati, di cui due sono paralleli, che diconsi basi; tali sono C D, ed A B. L'altezza E F, è una perpendicolare tirata tra queste due parallele. Così il fanciullo delineerà tantosto l'altezza E F, poi le perpendicolari C D, A B; darà a ciascuna di queste tre linee le lunghezze che prescritte gli verranno in centimetri; in fine terminerà la figura colle linee AC, BD.



4. *Fate dei poligoni a 5 o 6 lati* ec. chiamati *pentagoni*, *esagoni*, ec. fig. 4, 5, e 6.

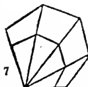


Il fanciullo determinerà prima la sommità di questi poligoni; poi congiungerà questi diversi punti con delle rette, formando una figura terminata; oppure i lati successivi, e per ciascuno il maestro gli determinerà una lunghezza in metri, e dippiù la direzione, con la sua riga applicata a distanza sopra il quadro. Quando non vi sarà altro a fare, se non che a delineare un lato, l'allievo chiuderà la figura.



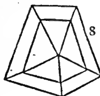


5. Costruite due poligoni a lati paralleli ineguali, o eguali, fig. 5 e 6. Ciò non esige alcuna applicazione.



6. *Disegnate un poligono, e le sue diagonali*, ec. fig. 7. Dopo disegnato un poligono, quale si osserva, si tireranno dall' uno dei vertici a tutti gli altri delle rette, che traversando la superficie, lo divideranno in triangoli: queste rette diconsi diagonali. Altro non resterà che a tirare delle linee parallele ai diversi lati, e che sieno limitate alle diagonali, che vengono mostrate dalla fig. 7. Si avrà così formato un poligono simile al primo.

Si potrà esigere che il primo poligono disegnato sia l'interiore, ed il secondo l' esteriore, allora le diagonali dovranno essere prolungate al di fuori del primo.



Invece di far partire le diagonali dal l' uno degli angoli, possono tirarsi a ciascun vertice delle rette, che partono da un punto preso nel di dentro, come si vede nella fig. 8. Si avrà così risoluto il problema 8: *da un punto interiore tirate delle linee a tutte le sommità d' un poligono, e fate un secondo poligono a lati paralleli.*

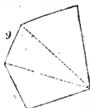
7. ed 8. *Dall' uno delle sommità di un poligono tirate le diagonali*, fig. 9; poi *formate* un altro seguito di triangoli, fig. 10, a lati paralleli. La figura 9. è facile a farsi; poichè dessa è un poligono colle sue diagonali; per disegnare quindi la figura 10, si farà primieramente un triangolo a lati paralleli all' uno di quelli della fig. 9, a questo triangolo ne seguirà un secondo, construito a norma del medesimo principio; poi un terzo: disponendo questi triangoli nel medesimo ordine per le due figure, si sarà anche disegnato un poligono simile al primo.

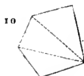
9. *Date l' altezza, e la larghezza di un mezzo ettolitro di grano.* Le due dimensioni sono eguali: esse hanno 4. decimetri; e trovansi impresse nella parte inferiore della tavola della quarta classe.

10. *Determinate più punti a piacere, e quindi congiungeteli insieme con linee rette in modo da formare un poligono a sei diagonali*, fig. 9.

È meno difficile disegnare prima i lati del poligono, e quindi tirare le diagonali, anzichè sottoporre prima que-

ste rette alla condizione di passare per le sommità già fissate poc'anzi. Gli allievi debbono molto esercitarsi al nuovo modo prescritto.





11. *Dividete una linea retta in due parti eguali col mezzo di un angolo qualunque, e di due parallele*, fig. 12.

12. *Dividete una retta data in tre parti eguali col mezzo di tre parallele*, fig. 13.

13. *Dividete una retta data in sette parti eguali*, ec. fig. 14.

Tutti questi problemi si risolvono con una costruzione semplicissima, come abbiamo rappresentata nelle fig. 1, e 2 della tavola I alla fine del volume.

Si vuole dividere AC, fig. 1, per metà; si tiri una retta indefinita AI in una direzione a piacere: e si portino da A in D ed in E due aperture eguali di compasso, si uniscono i punti E e C: la retta DB parallela a DC determina in B il punto medio di AC.

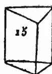
Parimenti per dividere AF, fig. 2, in tre parti eguali, portansi tre qualunque lunghezze eguali AD, DE, EG sulla linea indefinita AI tirata a piacere; la retta FG, e le sue parallele CE, BD indicano le parti eguali AB, BC, CF.

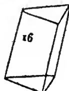
Se si fossero portate sopra AI, 5, 7, 9, 10 parti eguali, la medesima operazione avrebbe presentato sopra la retta EF, 5, 7, 9, 10, punti equidistanti.

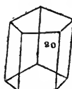
15 a 25. Vi è una specie di errore, contro del quale è duopo prevenire lo spirito de' fanciulli. Accostumati essi sinora a disegnar le *figure piane*, potranno credere che le linee che disegnano dopo il quattordicesimo comando sino al venticinquesimo siano anche destinate a rappresentar l'unione dei tratti formati in un piano. Bisogna far loro conoscere, che queste linee rappresentano dei corpi,

perchè hanno lunghezza, larghezza, e profondità. Il miglior mezzo per ottenere questo fine è quello di presentare sotto i loro occhi gli stessi corpi. Anzi il maestro sarà di bene che mostrasse loro questi corpi prima di farli disegnare; dei modelli in cartone, o in legno, anche grossolanamente eseguiti, sono bastanti a tale oggetto, ed i fanciulli non avranno bisogno di alcun precetto per formarsi una giusta idea delle *prospettive* che dovranno copiare. Eglino attaccheranno ai vocaboli di prisma, paralellepipedo, base, altezza, intersezioni piane delle idee precise, che senza questo soccorso il loro spirito non saprebbe forse concepire che imperfettamente. Il maestro può, senza alcuna spesa, eseguire cotesti modelli in rilievo, proprî a mostrare i contorni apparenti, i canti, ec. Ciò non avviene che dopo aver acquistato l' abitudine di questi concepimenti, disegnando sulla tavola nera, avendo sotto gli occhi d' altronde i quadri, ed i modelli, che i fanciulli, com' è sperabile, potranno copiare a memoria senza molto alterare le prospettive.

Questa osservazione ha rapporto anche con le piramedi, coi coni, coi cilindri, e con le sfere, che sono disegnate nelle classi che seguono.







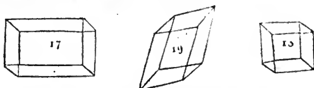
14 e 15. *Costruite un prisma triangolare obbliquo*, fig. 16, o *retto*, fig. 15.

Il *prisma* è un corpo formato di due poligoni eguali e paralleli, di cui i vertici simili sono congiunti con delle rette, che sono tutte eguali e parallele tra loro. Tali sono le fig. 15, 16, ec. sino a 22. L' *altezza* del prisma è la perpendicolare alle due basi, che ne misura la distanza; quest' è una verticale che termina a rincontro con le due basi orizontali. Si dice che il prisma è *retto* quando i canti sono perpendicolari sopra le basi, fig. 15, 17, 21.

Si farà disegnare al fanciullo una base triangolare; per terminare il prisma, dovrà disegnare dei canti paralleli,

ed in fine terminare il corpo con un secondo triangolo eguale e parallelo al primo. Prenderà anzi per base un quadrilatero, un pentagono, o degli altri poligoni, ed una simile costruzione darà le fig. 17 e 21 In generale tiransi delle rette parallele ed eguali, e s' uniscano l' estremità superiori per formare un poligono; la stessa cosa facciasi per le estremità inferiori. Il corpo sarà un prisma, le basi saranno parallele ed eguali.

I fanciulli debbono esercitarsi molto a tirar delle rette che, partendo da un punto, vanno a terminare precisamente a degli altri punti dati, oppure cadono perpendicolarmente sù direzioni date.

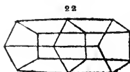


16, 17, e 18. *Fate un paralellepipedo retto*, fig. 17, *obbliquo*, fig. 19. Allorchè la base del prisma è un parallelogrammo, il corpo dicesi *paralellepipedo*: tutte le sei facce sono allora paralellogrammi, di cui gli opposti due a due sono eguali.

19. *Costruite un cubo*, fig. 18. Il *cubo* è un paralellepipedo, di cui tutte le facce sono quadrati eguali; ciascuno è situato ad angolo retto sopra i suoi contigui; tutti i dodici canti sono eguali tra loro e perpendicolari o paralleli. Si conosce, che in ragione della prospettiva il disegno non presenta la figura di un quadrato che alla faccia d' avanti, ed a quella di dietro. L' allievo deve dunque disegnare subito questi due quadrati paralleli, ed il ersto riuscirà facile ad eseguirsi. Il dado da giuoco è un cubo.

E utile esercitare i fanciulli a disegnare dei cubi in tutte le situazioni, siccome quelli della prima classe han fatto pei quadrati. Anzi dovranno saper descrivere dei cubi che non abbiano alcun lato, sia orizontale, sia verticale.





20, 21, 22, e 23. *Divedete un prisma per un piano parallelo alla sua base* ; *dividetelo in due, tre, quattro parti eguali* ; *duplicate, triplicate un prisma*, fig. 21 e 22.

Se si taglia un prisma parallelamente alla sua base, la sezione che si fa è un poligono eguale e parallelo alle basi. Se i canti sono divisi in due parti eguali per mezzo del piano, il prisma è diviso per metà ; lo è del terzo, se i canti sonosi divisi pel terzo ec. Per duplicare il prisma è sufficiente prolungare i suoi canti di una quantità eguale.

La figura 22 è notevole in quanto che il prisma è in posizione orizzontale.

QUINTA CLASSE.

3. TAVOLA.

Questa classe disegna parimente delle linee rette simili, ma combinate con una regolarità che dà alle figure delle forme più difficili ad eseguirsi.

1. *Disegnate un pezzo di graticolato* a quadrati obbliqui, fig. 1. Tutt' i tratti sono paralleli, egualmente lontani ed inclinati di un semi-angolo retto sull' orizonte. Tutte le linee rette sono divise da questi tratti in parti alternativamente eguali prese due a due.

2, e 13. La medesima osservazione deve farsi per le fig. 2, e 10, che rappresentano l'una un *ammattonamento a quadrati obbliqui*, e l' altra un *quinconce*, che offre dei viali d' alberi in tutt' i sensi. È necessario far cassare le linee punteggiate della fig. 10, dopo che si è segnato il sito di ciascun albero.

3. *Disegnate un compartimento a spina pesce* fig. 3. Esso è formato di fasce eguali disposte obbliquamente a

45 gradi sull' orizontale. Ogni retta orizontale, o verticale, tirata a traverso di questo disegno, è divisa in parti eguali. Le giunture contigue di due fasce souo ad angolo retto l' una sull' altra.

4 *Disegnate un muro a filari di pietre di taglio*. Tutte le giunture di pietre sono verticali, ed orizontali; le prime disposte alternativamente lungo la verticale.

Per disegnare queste diverse figure, è sufficiente descrivere le linee del quadro esattamente ad angolo retto, di portare sopra queste linee delle aperture eguali di compasso, di congiungere i punti di divisioui sia con le perpendicolari e parallele alle linee del quadro, sia con delle obblique che vi sono inclinate a 45 gradi.

5. *Duplicate un quadrato*, fig. 5. Si disegni il piccolo quadrato, vi si tiri la diagonale; questa retta è il lato del quadrato doppio. Se la figura è ben fatta, le diagonali del grande quadrato corrisponde esattamente al prolungamento di due lati del piccolo.

6. *Prendete la metà di un quadrato*, fig. 5. Cominciate questa medesima figura 5. per fare il grande quaquadrato, e le sue due diagonali; uno degli angoli al centro determina il piccolo quadrato, che è metà del primo.

7. *Congiungete due quadrati*, fig. 6. È una verità dimostrata in geometria, che se sopra i tre lati di un triangolo rettangolo, si discrivano dei quadri, *quello dell'ipotenusa è una superficie eguale alla somma dei due altri quadrati*.

Così per aggiungere due quadrati dati P,Q (fig. 8, tav. I. alla fine del libro) fate un angolo retto ABC, e sopra questi lati indefiniti portate le lunghezze AB, BC, dei lati de' due quadrati P, e Q; tirate l' ipotenusa AC, essa sarà il lato del quadrato domandato. Dunque, terminati questi tre quadrati P, Q, ed R, voi avrete R eguale a P insieme con Q, e la somma delle superficie sarà effettuita. *Il grande quadrato vale i due piccoli uniti insieme*.

È chiaro che se i lati AB, BC sono eguali, il grande quadrato è doppio di ciascuno dei piccoli; ciò che mostra una seconda soluzione del problema 5. Il triangolo rettangolo ABC è allora isoscele.

8. *Diminuite un quadrato di un altro*, fig. 6. Se si dà al contrario il grande quadrato R, e l' uno de' piccoli

P, si può trovare il terzo, che è l'eccesso dell'uno sull' altro. Così la medesima figura risponde al problema: e si osservi solo che non si fa mica nel medesimo ordine. Tiransi all' istante le due linee AB, BC (fig. 8, pi. 1.) ad angolo retto, e si prenda, come sopra, AB eguale al lato del quadrato dato, ma si lasci l' altro BC indefinito. Poi si tiri una linea AC così diretta, che essa sia precisamente eguale al lato del grande quadrato; ciò che l' ammonitore pruova facilmente, poggiando una punta del compasso in A, e vedendo se l' altra punta va in C sulla linea BC, quando l' apertura è eguale al lato del grande quadrato dato Si terminino in seguito i quadrati, e la figura è terminata. Allora il quadrato R, diminuito del quadrato P, dà il quadrato Q.

Avvertite di disegnare sempre da parte i quadrati che volete aggiungere, o diminuire, prima di farli riunire dal fanciullo sotto la forma della figura 6 della tavola; in altro caso egli eseguirà il disegno senza comprendere ciò che fa.

Se sopra l' ipotenusa, presa per diametro, si descriva una semi-circonferenza, questa curva deve sempre passare pel vertice dell' angolo retto.

9. *Unite tre quadrati* fig. 7. Si fa prima un triangolo rettangolo che serve, per la teoria antecedente, n. 7. a congiungere due dei quadrati dati; questa prima ipotenusa è il lato di un quadrato, di cui la superficie eguaglia la somma di quelle de' nostri due quadrati. Resta ora a congiungere questo al terzo quadrato dato, facendo un secondo triangolo rettangolo, di cui l' ipotenusa del precedente è un lato dell' angolo retto. L' ipotenusa di questo secondo triangolo è il lato del quadrato domandato. Disegnansi successivamente questi quattro quadrati.

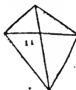
Facendo i quadrati della figura 7, non restano che due triangoli rettangoli appoggiati l' uno sull' altro, come si vede, fig. 8. Si farà concepire ai fanciulli, che l' addizione di tre quadrati può essere eseguita senza disegnare i quadrati; ciò che farà loro comprendere la figura 9, che consiste a *congiungere quattro quadrati*.

Triplicate un quadrato. La costruzione della figura 8, dà la soluzione di questo problema, facendo i lati dell'angolo retto del primo triangolo rettangolo, eguali tra loro, al lato del triangolo seguente, ed al lato del quadrato

dato. Si può parimente *quintuplicare un quadrato*. Questi problemi non debbono proporsi che ai fanciulli assai diligenti, ed agli ammonitori.

Vedete ciò che verrà esposto più sotto sulle comparazioni delle superficie, pag. 57.

14, 15, 16, 17. *Costruire una piramide triangolare*, fig. 11, *pendagonale*, fig. 14, *a sei facce*, fig. 13 — Allorchè da un punto, o *sommità* presa al disopra di un poligono, si tirino nello spazio delle rette che vadano a terminare agli angoli di questa *base* poligonale, il corpo così formato è chiamato una *piramide*. (Vedete ciò che si è detto pag. 50).







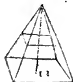
Le fig: 11 a 16 sono quelle dei diversi corpi rappresentati in prospettiva, e particolarmente delle piramidi a 3, 4, 5, e 6 facce laterali. *L'altezza* è una perpendicolare abbassata dal vertice sulla base, come si vede, fig. 12, e 13. La base della piramide è posta sù d' una tavola orizontale; la sua altezza è una verticale che, per effetto della prospettiva, si limita in uno de' punti della base preso come si vede sopra questa verticale. Quando la base della piramide è un poligono regolare, e che l' altezza cade al centro, *la piramide è retta e regolare*. Tali sono le fig: 12, 13, e 14.

Si farà dunque disegnare dal fanciullo una base poligonale di 3, 4, 5, 6 lati, a piacere, secondo le regole già date, pag. 47; poi determinando un punto per vertice al di fuori di questa figura, egli dirigerà delle linee agli angoli; o reciprocamente, facendo partire da un punto, preso per vertice della piramide, delle rette divergenti nelle direzioni a piacere, determinerà lo spazio ch' esse comprendono nel disegnare una base poligonale. Quest' ultimo processo è alquanto più difficile ad eseguirsi che l' altro.

Se si vuole che la piramide sia retta e regolare, farà

che il poligono presenti all' occhio delle lunghezze eguali in prospettiva simmetrica a dritta ed a sinistra. Si alzerà al centro una verticale, e si prenderà per vertice uno de' punti di questa linea, da dove si tireranno agli angoli dei canti posti simmetricamente in rapporto all' altezza.

18. *Dividete una piramide per un piano parallelo alla base*, fig. 12. Il poligono che risulta da questa sezione è come pei prismi, pag. 52. formato di parallele ai lati della base. Si prenda dunque un punto qualunque sù di un canto, e si tirino due parallele ai lati della base che sono contigui a questo canto; dai punti dove queste parallele vanno a dividere i canti vicini, tiransi delle nuove parallele ai lati corrispondenti della base ec. L' ultima di queste linee parallele dovrà chiudere il poligono.



Qnantunque nella tavola della 5 classe noi non abbiamo praticato questo processo che sopra la piramide quadrangolare della fig. 12, sarà utile di farlo sopra ad ogni altra piramide, come quì si vede. Noi abbiamo omesse le sezioni nelle altre piramidi del quadro per non indurre i fanciulli in errori, lasciando loro credere, che questi poligoni d'intersezione fanno necessariamente parte delle piramidi.

16. *Disegnate un tronco di piramide a basi parallele*, fig. 13. Qnesta forma è la stessa che quella della fig. 12, di cui si avrà cassata tutta la parte superiore. Così il fanciullo dovrà fare la piramide intera, dividerla per un piano parallelo alla sua base, e cancellare tutte le linee che principiano al disopra di questa sezione.

Quantunque non abbiamo rappresentato nella tavola che un tronco a 4 piani, pure bisognerà esercitare i fanciulli a delle piramidi di 3, 5, o 6 facce, ed allorchè essi avranno acquistato l' abitudine a queste costruzioni, si farà loro copiare il tronco, senz' aver riguardo al vertice. La figura sarà ben disegnata, se prolungando tutt' i canti del tronco, essi vanno a riunirsi in un solo punto, che è il

vertice della piramide intera — L' esecuzione di questo processo è molto più difficile del primo.

17. *Disegnate un cubo, e dividetelo in otto cubi eguali*, fig. 16. Disegnato che avrete il cubo, ciascun canto si bisccherà, e conducendo delle linee per i punti corrispondenti, si avrà diviso il cubo in otto parti. Quest'operazione è utile non solo per esercitare la mano de' fanciulli, ma ancora per far loro comprendere che, duplicando ciascun lato di un cubo, si rende esso otto volte più grande.

Quantunque le idee della estenzione superficiale sieno semplicissime, pure i fanciulli stentano a concepire, che una superficie sia doppia, tripla di un' altra, o del pari che due superficie sieno eguali, allorchè non si possono loro mostrare queste circostanze per mezzo di soprapposizioni. È dunque necessario di far loro comprendere questi rapporti, ed ecco come potrà riuscirvisi almeno coi fanciulli più intelligenti, ed in relazione delle figure meno composte. Quello che noi verremo a dire è l'oggetto di una specie di passatempo analogo ad un giuoco, che chiamasi *rompicollo*.

Il maestro taglierà de' piccoli quadrati di cartone, o delle losanghe, o dei parallelogrammi simili a quelli delle figure 3, 4, 5, 6, e 7 del pi. 1 alla fine del libro.

Così nella fig. 4, applicando l' uno sopra l' altro i due triangoli ABC, BCD, formati per la diagonale del parallellogrammo, egli mostrerà che queste superficie sono perfettamente eguali; si conchiuderà quindi che *un parallellogrammo è il doppio di ciascun triangolo formato per la sua diagonale.*

Dividendosi un quadrato (fig. 5) con delle linee, che passino pel mezzo dei lati opposti, il maestro mostrerà, che il grande quadrato è composto di quattro quadrati eguali. Così quando *si raddoppiano i lati di un quadrato, la superficie diviene quadruplicata.*

Dividendosi la losanga (fig: 6) seguendo le sue due diagonali, si divide la superficie in quattro triangoli eguali. Il fanciullo acquisterà la nozione precisa di una superficie quadrupla di un altra, quantunque differentemente configurata. Le due diagonali di un paralellogrammo (fig. 7) dividono la superficie in quattro triangoli, di cui i due opposti sono tra loro eguali.

Delineato sù di un cartone un poligono regolare, come quello delle fig. 20, e 21, pag. 67 si dividerà in triangoli eguali, secondo le linee tirate dal centro ai vertici. Nasce da qui la esatta idea d' una superficie 5, o 6, volte più grande di un' altra.

Due paralellogrammi sono eguali, quando hanno le basi e le altezze eguali. Di fatti, delineate la fig. 3, in cui i paralellogrammi ABCD, EFCD, sono costruiti sulla medesima base CD, tra le due parallele AF, CD. Tagliate questa figura secondo i lati BC, DE; distacoherete i triangoli CBF, DAE, che applicherete l' uno sull' altro per conoscere che essi sono eguali. Così togliendo dalla figura intera, o il primo, o il secondo di questi triangoli, i rimanenti debbono essere eguali, e siccome questi residui sono da una parte la superficie ABCD, e dall' altra la superficie DCFE, ne segue che questi due paralellogrammi sono eguali.

Egualmente nella figura 5 della 3.ª tavola (5.ª Classe), dove si vuole raddoppiare un quadrato, è agevol cosa il dimostrare che nel fatto il gran quadrato è il doppio del piccolo. Poichè tagliando il quadrato grande secondo le sue diagonali, voi lo decomporrete in quattro triangoli eguali; e vedrete, applicandoli sopra il piccolo quadrato, che due di questi triangoli bastano per covrirlo interamente.

Si potrebbe provare ancora nella figura 6, che il quadrato dell' ipotenusa è eguale ai due quadrati de' cateti del triangolo rettangolo. Ma questa pruova per soprapposizione sarebbe complicata, e crediamo doverla omettere.

SESTA CLASSE

4.ª TAVOLA.



Si chiama *cerchio* quella curva tutt' i punti della quale sono ad eguale distanza da un punto interno denominato *centro*. Questa distanza, che è la stessa da per tutto, chia-

masi *raggio*. Deve distinguersi qualche volta la superficie rinchiusa dalla curva che la circoscrive da tutte le parti. Qnesta superficie prende il nome di *cerchio*, e la curva è la sua *circonferenza*. Esclusi i casi, in cui si ha in veduta questa distinsione, i termini *cerchio*, e *circonferenza* sono sinonimi.

1.° *Descrivete un cerchio, e segnatene il centro, un raggio, ed un diametro*, fig. 1. Con un esercizio replicato gli allievi debbono giungere a descrivere i cerchi, ed a segnare il centro, con una esattezza quasi eguale a quella del compasso. Ed è con questo istrumento, che la verifica si fa dal maestro, il quale deve esserne provveduto.

Una retta che va dal centro alla curva, chiamasi *raggio*; tutt' i raggi di un cerchio sono eguali. Il *diametro* passa per lo centro, e lo attraversa dall'una parte della *circonferenza* all' altra opposta. Una parte della curva si chiama *arco*, e la linea retta che va da una estremità all' altra dell' arco si chiama *corda*. È per tal modo che l' arma chiamata *arco* vien tesa da una *corda*.

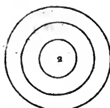
2. *Fate un cerchio, di cui sia dato il centro, o il raggio*, fig, 1. Quì l' allievo deve prima segnare il centro, o il raggio in quella situazione che gli s' indica. Del resto è molto più difficile descrivere il cerchio senza questa data condizione.

3. *Dividete un cerchio con due diametri perpendicolari*, fig. 3.

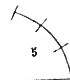
4. *Dividete un cerchio in otto parti eguali*, fig. 3, e 15. — Dopo aver descritto un cerchio si tireranno due diametri l' uno orizontale, e l' altro verticale, e la circonferenza si troverà divisa in quattro parti. Per dividerla in otto, resterà a dividere ciascun arco per metà, ciò che si fa facilmente, dividendo in due parti eguali ciascun angolo retto, come già si sa praticare (pag. 44).

In appresso si avrà cura di esigere che l' uno de' diametri abbia una direzione data, affinchè delle due perpendicolari nessuna sia orizontale, nè verticale.

Congiungendo con rette, o corde i punti avuti, si ottengono de' quadrati, o degli ottagoni chiusi nel cerchio. Questi sono i problemi 14, 22.







5. *Descrivete de' cerchi concentrici.* Nella fig. 2, tutt' i cerchi hanno il medesimo centro. Si potrà esigere inoltre che le circonferenze sieno equidistanti, vale a dire che il diametro della più grande venga diviso dagli altri in parti eguali.

6. *Descrivete due circonferenze, il diametro dell' una delle quali sia duplo, o triplo del diametro dell' altro.* Questo non esige nè figura, nè spiegazione.

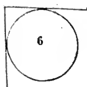
Si avrà sempre cura d' indicare quanti centimetri debbono avere i raggi dei cerchi: il centro di ciascuna circonferenza potrà esser dato, di modo che i cerchi si tagliuo, essendo così le loro dimensioni prescritte anticipatamente.

7. *Descrivete un arco di cerchio e segnatene il centro.*

8. *Descrivete un arco di un raggio dato*, fig. 4, e 5. È più facile descrivere un cerchio intero, che un arco; l' occhio giudica meglio dell' eguaglianza di distanza dal centro quando la circonferenza è totalmente descritta. Toltane tale difficoltà questo problema fa parte de' precedenti. Si dovranno variare di molto i raggi, e la posizione dei centri.

9. *Dividete un arco per metà, o in tre parti eguali,* fig. 4, e 5.

La divisione degli archi in parti eguali è importantissima; il maestro verifica la figura, misurando col compasso, se la distanza dei punti indicati è la stessa, vale a dire, se le corde degli archi sono eguali.

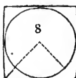


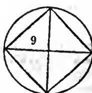


10. *Descrivete un cerchio , tiratevi una tangente*, fig. 6. — *Descrivete un arco , tirate una tangente per un punto preso sulla curva* , fig. 7.

Si chiama *tangente* la linea , che tocca un cerchio , vale a dire che non penetra nel suo interno. Essa non ha che un sol punto comune colla curva , esclusane la doppiezza del tratto. Bisogna in tutte le figure procurare di rendere il tratto più sottile che si può , altrimenti il disegno non avrebbe alcuna precisione. Quello che caratterizza la tangente è che, *quando si tira un raggio al punto di contatto, queste due rette sono perpendicolari.*

Il maestro verificherà questa costruzione , o applicando la sua squadra , per assicurarsi se l' angolo sia retto , o segnando sulla tangente due punti equidistanti dal punto del contatto , e vedendo , coll' ajuto del compasso , o del metro , se i punti così segnati sono equidistanti dal centro del cerchio , come lo rappresentano le linee punteggiate nella fig. 8.





12. *Tirate quattro tangenti al cerchio , che formino un quadrilatero* , fig. 8.

13. *Circonscrivete un quadrato al cerchio*, fig. 8. Quattro tangenti che circondano un cerchio formano un quadrilatero : si potrà dare la lunghezza , o la direzione di taluni lati. Quando avviene , come si vede nella figura 8 , che le quattro tangenti formano degli angoli retti tra loro, la figura è un quadrato. Allora le linee tirate dai vertici al centro debbono essere eguali , e ad angoli retti.

Quando un poligono è delineato in maniera, che abbia tutt' i suoi lati tangenti ad un cerchio, si dice *circoscritto* al cerchio, oppure che il cerchio è *inscritto* nel poligono.

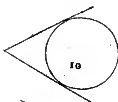
14. *Inscrivete un quadrato in un cerchio*, fig. 9. Un poligono che ha tutt' i vertici de' suoi angoli situati sopra una circonferenza, dicesi *inscritto* nel cerchio, oppure che il cerchio è *circoscritto* al poligono. Per inscrivere un quadrato in una circonferenza data, tirate due diametri perpendicolari (fig. 9), ed unite con delle rette l' estremità di queste linee. Dividendo ciascun arco per metà, si avrebbe un ottagono inscritto (vedete problema 22). Queste costruzioni non offrono difficoltà alcuna, dopo ciò che si è detto nei problemi 3, e 4.

15 *Raddoppiate, o triplicate un arco di cerchio*, fig. 4, e 5.

Si descriva dapprima un arco, e se ne segni il centro; in seguito si tratta di prolungarlo altrettanto, o del doppio, senza che il tratto esca dalla circonferenza, ciò che si verifica poi col compasso. Il che offre maggiore difficoltà che la quistione 9. (Vedete l' osser: pag. 68.)

16. *Tirate al cerchio una tangente, che parta da un punto dato al di fuori*, fig. 6, e 10. Ne' problemi 10, ed 11, la tangente doveva toccare in un punto già segnato sull' arco; ma qui il luogo del contatto è incognito, ed è per mezzo di un punto dato al di fuori, che la tangente deve passare. Segnata a vista questa linea, si verifica la costruzione, osservando se la retta si trova perpendicolare sopra il raggio diretto al punto del contatto.

Si osservi, che si possono tirare dallo stesso punto esterno due tangenti al cerchio, come lo dimostra la figura 10, ch' è lo scopo del problema 17: *tirare due tangenti al cerchio per un punto esterno* — Tutte le figure debbono avere tratti sottili, altrimenti la tangente perdendosi nella grossezza del tratto circolare, la figura sarebbe informe. Si dovrà di molto variare la posizione del punto esterno.

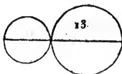


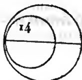


18. *Dividete il cerchio in sei parti eguali, formate l'esagono regolare inscritto*, fig. 11.

19. *Dividete il cerchio in tre parti eguali*; *inscrivete un triangolo equilatero*, fig. 12. Queste due figure non ne formano qui che una sola, per meglio indicare la regola del figurato.

Se si porta da una estremità all'altra il raggio di un cerchio sopra la sua circonferenza, si trova che esso vi cada giusto per sei volte, cioè a dire che nella sesta volta ricade precisamente nel punto dond' è partito. Unendo questi punti successivi per mezzo di corde, si farà un poligono regolare inscritto di sei lati, che si chiama *esagono*; e, se non si tirino le corde che da due in due punti di divisione, si avrà un triangolo equilatero inscritto.





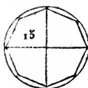
20. *Fate due cerchi ineguali, tangenti al di fuori*, fig. 13 — *tangenti al di dentro*, fig. 14.

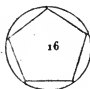
21. *Sarà lo stesso, dandone anticipatamente i centri, ed i punti di contatto.* Allorchè due cerchi si toccano, sia al di dentro, sia al di fuori, il punto di contatto, e i due centri sono in una medesima linea retta: basterà di verificare se questa condizione sta eseguita, ed inoltre se le curve sono perfettamente circolari, per esser sicuro che i cerchi si toccano. Bisognerà sempre insistere sù la necessità di fare de' tratti sottili.

Del resto si debbono molto variare i dati del problema, affine di aumentare le difficoltà del disegno, sia col darsi

anticipatamente i raggi del cerchio, e lasciando all' allievo la libertà di prendere questi centri ove vorrà; sia col segnare anticipatamente i centri, ed il contatto; sia infine col darsi un punto, pel quale le curve debbano passare (come i problemi 29, 30, e 31 lo prescriveranno). Siffatte modificazioni, con cui si combina un problema con le condizioni de' problemi che seguono, o precedono, vengono abbandonate alla sagacità del maestro.

Osservate che tirata una tangente a due cerchi allo stesso punto del contatto, essa sarà perpendicolare alla retta che unisce i due centri.





Si chiama *poligono regolare* quello, che avendo tutt'i suoi lati eguali, ha dippiù tutt' i suoi angoli di eguale apertura. Iscritto tale poligono in un cerchio, i lati sono corde di archi eguali, ed i vertici dividono la circonferenza in parti eguali.

22. *Inscrivete un ottagono regolare in un cerchio* (fig. 15).

Si tirino due diametri perpendicolari; si divida in seguito ciascun quarto del cerchio per metà, e si uniscano a due a due i punti consecutivi. Vedete il problema 4. Qui la difficoltà consiste nella sola necessità di fare tratti sottili, che non si confondano coi vertici degli angoli.

23. *Inscrivete un pentagono regolare nel cerchio*, fig. 16.

Difficile è il dividere la circonferenza in cinque archi eguali, e lo scopo di questo problema è l' esercitarvi gli allievi. Il campasso serve in seguito a riconoscere, se in effetto le cinque corde sono eguali.

24. *Costruite un poligono regolare di 5, 6, 8 lati senza fare de' cerchi*, fig. 16, 11, e 15. S' incomincia dal descrivere un cerchio, ed un poligono inscritto; poi al lato di questa figura si descriva un poligono eguale al primo, cioè a dire formato di lati rispettivamente eguali,

e paralleli a que' del primo. Sicuramente con questo esercizio si arriva tosto a costruire il poligono, senz' avere sotto gli occhi quello che dapprima si era inscritto nel cerchio. Grand' è la difficoltà dell' esecuzione, ma non ve ne sarà alcuna, nè per l'intelligenza, e nè per la verifica.

25. *Fate un triangolo, e circonscrivetevi un cerchio*, fig. 12 — Si costruisca dapprima un triangolo, di poi si tratta di descrivere una circonferenza che passi pe' tre vertici. Questa figura è difficile a formarsi, per cui daremo nella seconda sezione il processo grafico che si adoprerà, e che il maestro dovrà impiegare per costruire la sua figura con precisione (ved. osservaz. pag. 68).

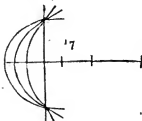
26. *Fate un cerchio, e costruite un triangolo tangente*, fig. 19. — Tre tangenti al cerchio, che lo circondano in forma di triangolo, sono facili a tirarsi; ma l' ammonitore vi aggiungerà delle difficoltà, prescrivendo le direzioni de' lati tangenti. Del resto le tangenti debbono essere perpendicolari all' estremità de' raggi diretti ai punti dei contatti, come ne' problemi, pag. 61.

27. *Descrivete un cerchio che passi per tutt' i vertici di un dato poligono regolare*, fig. 9, 11, 12, 15, e 16. La difficoltà di descrivere un poligono regolare senza fare il cerchio è stata già superata nel problema 24; non resterà che a descrivere in seguito la circonferenza, che passi per tutt' i vertici.

28. *Inscrivete un cerchio in un triangolo*, fig. 18. Questo problema è l' inverso del 26; si dà il triangolo, e bisogna in seguito descrivere il cerchio tangente, ciò che presenta una difficoltà molto più grande. Si vedrà nella 2.ª sezione qual sia il processo grafico che dà esattamente il centro, ed il raggio del cerchio. Questo raggio è inoltre la perpendicolare che si tira dipoi dal centro sopra qualsi voglia lato; giacchè le tre perpendicolari debbono essere eguali, affinchè la circonferenza sia nello stesso tempo tangente a tutti e tre i lati (ved. osservaz. pag. 68.)

29. *Fate un arco che passi per due punti dati, segnatene il centro, ed il raggio*, fig. 4. Presi due punti, si dovrà costruire un arco di cerchio che andrà dall' uno all'altro punto; il centro deve trovarsi ovunque sulla perpendicolare elevata dal mezzo della corda che congiunge i due punti dati. Ma inoltre il centro potrà essere preso ove si vuole su questa perpendicolare, di modo che avvi nel fatto

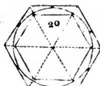
una moltitudine infinita d' archi che passano per i due medesimi punti. Quindi sarà utile benanche obbligare gli allievi a segnare il centro dell' arco, allorchè essi avranno acquistato qualche esercizio di questo disegno. È facile il concepire questa moltitudine di archi che passano per i due punti dati; ma è indispensabile di fare de' tratti sottili. Questa figura 17, essendo di una esecuzione difficile, è rimessa alla 7.ª classe.

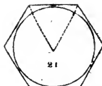


30. *Fate un settore di cerchio*, fig. 17, *ed un segmento*, fig. 18. Un arco, e la sua corda racchiudono uno spazio, che si chiama un *segmento di cerchio*; il settore è lo spazio chiuso da un arco, e da due raggi che lo terminano. Queste figure appartengono a ciò che di sopra si è detto. Osservate che il raggio tirato nel mezzo dell' arco d' un segmento è perpendicolare alla sua corda; e che i raggi che terminano quest' arco sono egualmente inclinati su quest' ultimo raggio.

31. *Descrivete un cerchio che passi per tre punti dati.*

32. *Circoscrivete un cerchio ad un triangolo dato*, fig. 12. Queste due quistioni sono la medesima cosa che la 25.ª, concepite in termini differenti. Fra la moltitudine degli archi del cerchio che passano per due de' punti dati, bisogna preferire quello, il quale ha la proprietà di passare benanche per il terzo, e non avvi che un sol arco che l' abbia. È inutile quì indicare la maniera, colla quale vi si può riuscire; la costruzione che si adoprerà per correggere, o costruire esattamente, sarà sviluppata nella seconda sezione dell' opera. Quì non si tratta che di dirigere la mano, e 'l colpo d' occhio del ragazzo, che per mezzo dell' esercizio dovrà arrivare a scegliere fra tutti questi cerchi quello, che passando per i vertici dati, si trovi anche di passare pel terzo (Ved. osser. pag. 68.)





33. *Essendo dato un cerchio*, *circonscrivete un poligono regolare*, *o irregolare*, fig. 20.

Si tirino al cerchio differenti tangenti, che lo circondino. Ma se si desidera che il poligono sia regolare, vale a dire che tutt' i suoi lati siano eguali, ed i suoi angoli di una stessa apertura, sarà necessario che i punti di contatto siano tutti nel mezzo de' lati, e dividano il cerchio in archi eguali. In questo stato le linee che vanno dal centro agli angoli debbono tagliare ciascun' angolo per metà, e debbono essere tra loro eguali.

Per costruire un esagono regolare circoscritto, p. e., si dividerà la circonferenza in sei archi eguali, come se si volesse inscrivere questo poligono, ed a ciascun punto della divisione si tirerà una tangente (fig. 20.) Potranno benanche tirarsi dei raggi ai sei punti di sezioni, e prolungarli; poi in ciascuno degli angoli eguali così formati si tirerà una tangente al mezzo dell' arco intercetto: la figura 21 mostra l' applicazione di questa regola all' ottagono regolare.

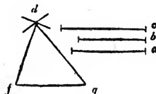
38. *Essendo dato un poligono regolare inscrivete un cerchio*, fig. 20.

Questo problema è l' inverso del precedente: si costruisce dapprima il poligono regolare, e poi si descrive il cerchio tangente a tutt' i lati; il centro di questo cerchio trovasi dividendo due angoli per metà, ovvero alzando delle perpendicolari nel mezzo de' due lati; perchè tutte le perpendicolari così tirate vanno a riunirsi nel centro. (Ved. più sotto).

35. *Inscrivete e circonscrivete al cerchio de' poligoni paralleli*, fig. 21.

Descritto che avrete un cerchio, vi s' inscriverà un poligono a piacere; quindi se ne circoscriverà un altro per una serie di tangenti parallele alle corde, e tirate nel mezzo di ciascun arco. Si potrà reciprocamente cominciare dal poligono esterno, e poi fare l' interno. Osservate

che se l' uno de' poligoni è regolare, l' altro benanche lo sarà; e che in questo caso, prolungando i raggi tirati ai vertici inscritti, essi dovranno passare per i vertici circoscritti.



36. *Fate un triangolo, di cui si conoscono i tre lati,* fig. 23.

Tirate a piacere tre rette *a*, *b*, *c*, che debbono essere i lati del triangolo (si potranno anche dare queste lunghezze in centimetri): tirate dapprima la base *fg*, eguale ad uno de' lati, come ad *a*; si dovrà in seguito scegliere il vertice *d*, di modo che sia distante da *f*, e da *g*, per le lunghezze *b* e *c*. Ad ottenere la correzione il maestro verificherà se l' una, e l'altra condizione abbiano luogo. Ved. la seconda sezione, dove si darà la pratica esatta, onde risolvere qnesto problema.

Osservazione — Avviene bene spesso che una medesima figura occorre per diversi problemi: per esempio, per inscrivere un cerchio in un triangolo, e circoscrivere un triangolo ad un cerchio, si ricorre alla fig. 18; del pari per circoscrivere un cerchio ad un pentagono, o inscrivere un pentagono in un cerchio, si ricorre egualmente in ambi i casi alla fig. 16. I mezzi geometrici per risolvere questi problemi debbono essere conosciuti dai maestri, siccome pure nelle loro pratiche le correzioni debbono farsi sotto gli occhi degli allievi. Intanto come bene spesso avviene che tra problemi, che esigono la medesima figura, ve n' è qualcuno più facile, potrà allora contentarsi di formarla con quest' ultimo mezzo. Le correzioni si otterranno con maggiore rapidità, ed è questo un punto molto essenziale, dappoichè i fanciulli, avendo sotto gli occhi le figure definitive, avranno l'idea dell'esattezza che da essi si aspetta, il che è sufficiente.

SETTIMA CLASSE.

5. TAVOLA.

1. 2. *Tirate una retta che tocchi due cerchi*, fig. 2, 4. Bisogna fare in modo che i raggi tirati ai due punti di contatto siano perpendicolari sulla tangente, e per conseguenza paralleli. Avvertite che può avvenire che i cerchi dati, o si seghino, o sieno separati l'uno dall'altro; in quest'ultimo caso la tangente può essere dentro i cerchi: gli allievi debbono esercitarsi a queste diverse supposizioni.

Accadendo che i raggi delle due circonferenze, fig. 1, sieno eguali, la tangente esteriore è allora parallela alla retta che congiunge i centri. Così dei due centri presi su la linea data, e col medesimo raggio, descrivete due archi di cerchio; la retta che toccherà l'uno, e l'altro al di fuori, sarà parallela alla linea de' centri. Vi è un altro mezzo di risolvere questo problema: *tirare una retta parallela ad un altra.*

3. *Descrivete quattro tangenti a due cerchi.*

L'inspezione della fig. 1, basta per mostrare che si ponno in effetto tirare queste quattro tangenti, cioè due esterne, e due interne. Bisogna osservare che i raggi tirati ai punti di contatto sono sempre perpendicolari sulla tangente, e che la retta che congiunge i centri contiene inoltre i punti dove queste tangenti s'intersecano.

4. e 5. *disegnate un' ellissi* fig. 9. e 10.

Si dice *ellissi* la curva ovale, che si scorge quì disegnata. Tiransi due rette perpendicolari; prendansi due parti eguali al di sopra, ed al di sotto, poi due altre parti eguali differenti dalle prime a dritta, ed a sinistra dal punto di sezione. Queste lunghezze, che sono tutte e quattro eguali nel cerchio, non lo sono, se non che in relazione delle due opposte; l'una è il *grande asse*, e l'altra il *piccolo asse* dell' ellissi. Le estremità del grande asse sono i *due vertici*.

Resta quindi a disegnare la curva, imitando le nostre figure, senza che vi sia nessuna ingosciatura, nè soluzione di continuità. I quattro segmenti formati coi due assi debbono essere eguali, in modo che se si ripiegasse la figura sopra questi assi, i rami delle curve inclinandosi l'uno sull'altro coincidano perfettamente. Daremo più sotto l'esatto disegno della curva: basta quì di imitare il garbo del contorno de' nostri modelli.

Quanto più il piccolo asse diminuisce in rapporto al grande, tanto più l' ellissi si allunga stringendosi ; e ciò si può vedere nell' intersezione del cilindro, e del cono quì sotto. Bisognerà dunque, che il maestro dia le dimensioni di questi assi, e le varii di molto, esprimendole in centimetri, per esercitare gli allievi a tutte le forme, che potranno darsi all' ellissi.

6, 7, 8, 9. *Costruite un cilindro retto, o obbliquo, il suo asse, e le sue due basi*, fig. 13, 15, e 16.

Immaginate due cerchi eguali e paralleli disegnati l' uno al di sopra dell' altro ; una retta che congiunga i due centri : se una retta mobile scorre lungo queste due circonferenze, restando sempre parallela alla prima, è ciò che si chiama *asse* ; lo spazio racchiuso in questa estensione, è ciò che appellasi *cilindro*. L' *altezza*, è la distanza che separa i due cerchi, o *basi*, vale a dire, la perpendicolare tirata sull' una, e l' altra base. Se l' asse è perpendicolare alla base, il cilindro è *retto*, fig. 13 e 16 ; se non lo è, il cilindro è *obbliquo*. fig. 14.

Allorchè si taglia un cilindro con un piano parallelo alle basi, la sezione è un cerchio eguale a queste basi, fig. 14 ; per effetto della prospettiva queste circonferenze prendono la forma di ellissi. Si avrà cura di dare l' asse, ed il diametro in centimetri.

10, e 11. *Dupl. un cilindro retto od obbliquo*, fig. 14 e 13.

Questa costruzione non differisce dalle precedenti, se non pel modo con cui si esegue ; se ne fa dapprima una delle metà della figura, e quindi si prolunga al di là dell' una delle basi. Ved. ciò che si è detto pag. 52.

12, e 13. *Costr. un cono retto, o obliquo*, fig. 11. e 12.

Si prende un cerchio per base, e al disopra del suo piano un punto per *vertice* ; immaginiamo che una retta mobile passando sempre per questo punto, vada intorno alla circonferenza radendola. Lo spazio racchiuso è ciò che si chiama *cono*. I pani di zucchero hanno la forma conica. L' *asse* è la linea che va dal vertice al centro del cerchio, che è la *base* : se l' asse è perpendicolare alla base il cono è *retto*, fig. 12 ; in contrario il cono è *obbliquo*, fig. 11. L' *altezza* è una perpendicolare tirata dal vertice alla base; ed è l'asse stesso, quando il cono è retto.

Quando si taglia un cono per un piano parallelo alla base, la curva d' intersezione è un cerchio tanto più piccolo, quanto il piano che taglia è più vicino alla sommi-

tà. Per effetto della prospettiva, questi cerchi, del pari che quello della base, divengono ellissi.

14. *Disegnate degli archi di cerchio, che si tagliano in due medesimi punti*, fig. 3. vedi quel che si è detto alla pagina. 66.

15. *Disegnate una sfera, ed i suoi meridiani*, fig. 6. Descritto che si abbia un cerchio per rappresentare la *sfera*, e due diametri perpendicolari, di cui uno è l'*asse*, è l'altro rappresenta l'*equatore*, cerchio che è a distanza eguale dalle due estremità chiamate poli; disegnate degli archi di cerchi che passino tutti per i poli, ed i di cui centri in conseguenza trovansi situati sopra la linea perpendicolare all'asse, prolungata a dritta, ed a sinistra, (pag. 58) questi archi di cerchio hanno il loro centro tanto più lontano, per quanto più s'accostano all'asse. Il numero di questi archi è arbitrario: si faranno, come la figura li rappresenta, più stretti verso l'esteriore e simmetrici ne' due lati dell'asse. Questi archi rappresentano in prospettiva diversi cerchi della sfera, che si chiamano *meridiani*.

16. *Costruite una sfera, ed i piccioli cerchi, che la dividono in zone*, fig. 7.

Descritti che si avranno un cerchio, ed i suoi due diametri perpendicolari, dividete questo cerchio in archi rispettivamente eguali a cominciare da'poli; per esempio, in 12 parti eguali. Congiungete i punti posti da' due lati ad eguale distanza dal polo, con archi di cerchio, di cui la concavità riguarda il polo, come si vede nella fig. 7. I centri di questi cerchi saranno tutti sopra l'asse prolungato in alto ed in basso, ed altrettanto più lontani dal polo, per quanto più si accostano verso l'equatore. Si dice *zona* lo spazio compreso in questi archi, che rappresentano i piccoli cerchi che si ottengono, dividendo la sfera con un piano perpendicolare all'asse.

17. *Disegnate un mappamondo*, fig. 8.

Questa figura è la medesima che le due precedenti riunite in un solo disegno, come se l'una fosse stata impressa sull'altra.

18. *Costruite un semi-cerchio graduato*, fig. 5.

Si è convenuto dividere il semi-cerchio sia graude, o piccolo in centottanta parti eguali, che si dicono gradi. Si formano di rame, di legno, o di osso questi semi-cerchi

così divisi, e serviranno per l' uso che spiegheremo in quest' opera: un simile istrumento è ciò che dicesi *Semi-cerchio graduato* (o semi-cerchio da tavolino). Vediamo come l' allievo potrà disegnarlo sulla tavola.

Disegnato che si ha un semi-cerchio, ed il suo diametro, si tirerà il raggio perpendicolare, e si cercherà di dividere ciascun quarto di cerchio in 90 parti eguali. Si conosce già che l' angolo retto comprende 90 gradi, che il semi-angolo retto comprende 45 gradi; ciò che fa dire che un angolo retto ha 90 gradi, che un semi-angolo retto ne ha 45. Portando il raggio sopra del cerchio, esso sarà contenuto precisamente 3 volte nella semi-circonferenza dall' una all' altra parte (Vedete pagina 63) e ciascuno arco sarà di 60 gradi. La differenza tra quest' arco, e la quarta parte del cerchio è di 30 gradi, e con l' ottava parte, è di 15 gradi. Il punto medio di ciascun arco di 30 gradi, è dunque ben facile a segnarsi. Così tutto il semi-cerchio viene naturalmente diviso da 15 in 15 gradi. Dividendo in 3 parti questi archi di 15 gradi, si avrà la curva divisa da 5 in 5 gradi. Infine dividendo quest' ultimo residuo in 5, il semi-cerchio graduato sarà terminato.

Per la verificazione è necessario, che il maestro misura con un compasso, se le principali divisioni tagliano la curva in archi eguali. Un semi-cerchio graduato ben diviso, sia in legno, sia in rame, potrà essere adoperato a quest' uso per maggiore sollecitudine. Il cerchio descritto potrà essere di un raggio maggiore, o minore di quello dell' istrumento; ma applicandolo sopra la tavola, e facendo coincidere il centro, ed il diametro del semi-cerchio graduato in legno, o in rame con quelli del disegno, basterà menare una riga che passi pel centro, per giudicare se la figura sia ben descritta.

SESTA TAVOLA.

1, 2, e 3. Le tre prime figure sono quelle del Chilogramma, del mezzo-chilogramma (la libra) e del quarto di chilogramma (la mezza libra). Le dimensioni di queste figure suppongono che questi pesi sono in rame; essi sono un poco più grossi in ferro, e più piccoli in piombo; poichè il ferro è più leggiero del rame, mentre che il piombo è più grave, quando i volumi sono eguali. Vedete alla fine della terza sezione.

4, 5, 6, 7. Le figure 4, e 5 rappresentano il cono, ed il cilindro retto tagliato per un piano obbliquo alla loro base, il che presenta delle ellissi per sezioni. Allorchè si cassa la parte superiore di queste figure, ne restano la sesta, e la settima, che sono *tronchi* dei medesimi corpi.

8, e 9. Le ellissi delle figure 8, e 9 saranno dapprima descritte presso i loro due assi, di cui si faranno variare le grandezze. Quindi si chiuderanno queste curve con quattro tangenti rispettivamente parallele, formando un rettangolo, fig. 8, o un paralellogrammo obbliquo, fig. 9.

10. Allorchè due circonferenze si tagliano, le due rette che possono tirarsi come tangenti a queste curve, s' intersecano anche in un punto della retta che congiunge i centri, fig. 10 (Vedete pagina 69).

11. *Disegnate una stella a 6 raggi*, fig. 11. Si circoscrivano d' apprima due cerchi concentrici del raggio l' uno doppio dell'altro, e si tiri un diametro verticale, ed un orizontale; in seguito si porta il grande raggio sei volte dall'una all'altra estremità della grande circonferenza, ciò che la divide perfettamente in sei archi eguali. Si fa altrettanto sopra il piccolo cerchio con il suo raggio; ma le divisioni dell' uno partano dalle estremità del diametro verticale, e quelle dell' altro, dal diametro orizontale. Non rimane che tirare i diametri corrispondenti a questi punti di divisione, e le obblique che congiungono due a due questi punti alternativamente.

12. *Disegnate un fregio di Stelle*, fig. 12. Queste sono stelle descritte, come si è detto, avendo i loro centri su di una linea retta.

13. *Fate un angolo di 36 gradi*, fig. 13. Si forma un angolo retto, ed il quarto del cerchio compreso tra i suoi lati. Si è detto come si costruisce un semi-cerchio graduato, pag. 71; così sappiamo dividere il quarto di cerchio dapprima in archi di 30 gradi, poi in archi di 15 gradi, di cui il terzo dà le divisioni di 5 in 5 gradi, che si taglia quindi in cinque parti eguali. Ma è inutile di fare l' intero semi-cerchio graduato per avere un angolo di 36 gradi; perchè segnati che si saranno i numeri di 30, e 45 gradi, è facile di trovare il punto di 35, e quindi quello di 36 gradi. Si tiri infine il raggio che passi per questo punto di divisione, e si ha l' angolo richiesto.

14, e 15. *Fate un angolo di 50 gradi*, fig. 15.

L' operazione è la stessa fatta qui sopra, eccetto che si divide in tre parti eguali l' arco che va da 45 gradi a 60.

Bisogna esercitare i fanciulli a trovare tutt' i numeri degli archi da 1 sino a 90 gradi, ed a far loro variare le quistioni di questo genere: così si domanderà di fare un angolo di 52 gradi, di 63, e così degli altri.

Si potrà egualmente proporre questo problema: *Fate un angolo acuto a piacere, ed indicatene il numero dei gradi*; perchè basterà di descrivere dal vertice dell' angolo preso per centro, un quarto di cerchio, e di dividere in 90 gradi, come si è detto, la parte di quest' arco, che è intercetta nell' apertura dell' angolo.

In quanto agli angoli ottusi, si diminuisca la loro graduazione di 180 gradi, e si faccia un angolo acuto che corrisponda a questa differenza. Per l' angolo di 144 gradi, si faccia quello di 36 gradi (fig. 14) e si prolunghi il diametro: si avrà così l' angolo ottuso dimandato.

16. *Fate un fregio di cerchi, e di ellissi*, fig. 21.

Prendansi su di una linea retta delle parti eguali, e si costruiscano de' cerchi eguali con qual si voglia raggio, di cui i centri sono situati al punto di divisione da due in due. Le ellissi hanno gli stessi centri dei cerchi; il piccolo asse delle prime è il diametro de' cerchi; per tal modo è ben facile il delineare queste curve, che si toccano tutte, ed involgono ciascuna circonferenza.

17. La fig. 22. rappresenta un ramo d' albero: si disegna all' istante il tratto semplice, che determina il sito di ciascuna foglia.

18. a 22. *Disegnate un litro, un modio, un ettolitro.*

È necessario costruire un cilindro che abbia per altezza, e per diametro le dimensioni fissate per legge. *Per i grani e le sostanze solide, quest' altezza e questo diametro sono sempre eguali; per i liquidi l'altezza è doppio del diametro.* Si dà dunque nel disegno ai grandi assi delle ellissi che servono di base, ed all' altezza del cilindro retto, le lunghezze espresse nella tavola seguente, che sono le dimensioni legali delle misure di capacità.

Altezza e profondità delle misure di capacità.

1.° *Per le sostanze secche*		2. *Pei liquidi.*
Decilitro o quartuccio. . .		. . . 8 centimetri
Litro.		. . . 17 centimetri
Modio . .	25 centimetri	
Decalitro. .	23 centimetri	. . . 37 centimetri
Mezzo ettolitro	4 decimetri	. . . 63 centimetri
Ettolitro . . .	5 decimetri	. . . 80 centimetri

Questi numeri non sono che approssimative, e non vi si è tenuto conto delle picciolissime frazioni, per renderne il disegno più facile; sopra le tavole impresse queste lunghezze sono segnate con maggiore esattezza.

OTTAVA CLASSE.

7. TAVOLA.

Le figure dell' ottava classe sono composte dalla riunione dei tratti che sono stati formati nelle classi precedenti, cioè, la linea orizontale o verticale, gli archi del cerchio, e gli archi dell' ellissi.

È un fatto confessato da tutti gli uomini di gusto, che i modelli non hanno della grazia, e non sono di uno stile puro ed elegante, se non che quando le parti dell' insieme ne sono le frazioni semplici. La metà, il terzo, il quarto sono presso a poco le sole frazioni, alle quali il nostro occhio possa abituarsi; al di là di ciò non vi ha che confusione, perchè non possiamo giudicare delle proporzioni. Così il vano di una porta, o di una finestra devo essere una volta e mezza, o due volte, o ec. più alta che larga. Inoltre noi siamo così esercitati ad agevolmente percepire le forme regolari, le linee verticali, ed orizontali, che non possiamo smarrirci sino al punto da sortire dai limiti che queste forme determinano. Così le curve non debbono congiungersi in modo da formare delle *ingosciature*, ed ogni soluzione di continuità, deve essere rigidamente vietata. Le superficie che si dicono di rivoluzione, poichè si concepiscono prodotti dal movimento da una linea curva, che gira attorno di un asse fisso, sono per tal modo i più grati alla vista: ciascuna sezione perpendicolare all' asse vi produce un cerchio, curva che

noi sappiamo riconoscere dovunque essa si trovi. Il cilindro, il cono, e la sfera sono superficie di rivoluzione egualmente che la più parte dei corpi, che si trovano disegnati nella quinta tavola.

Questa tavola è stata costruita secondo i principii già esposti: vi si vedono punteggiate tutte le linee necessarie alla costruzione delle parti: i centri dei cerchi, gli assi delle ellissi vi si trovano determinati. Gli allievi dovranno esercitarsi a descriverli, e quindi cancelleranno le punteggiature. Subito dopo essi dovranno fare il disegnato senza l'ajuto di queste linee punteggiate.

Le correzioni debbono farsi ordinariamente dal maestro colla riga, e col compasso. Ma siccome è d'uopo evitare la perdita di tempo a queste operazioni, noi raccomandiamo di non fare mai in una seduta che una sola figura, la quale si ripeterà incessantemente (a meno che non si tratti delle figure 1 2 e 3 che sono molto semplici). L'interesse che il disegno medesimo ispirerà, non deve far temere che questi atti reiterati annojino. Allora non vi sarà che una correzione per ogni seduta, ed il disegno resterà permanentemente sulla tavola.

Quanto alla correzione sulla lavagna, si conosce ch'essa non può concernere che diversi tratti, e che il maestro non dovrà riformare che quelli che sono i più difettosi; un cerchio ne avrà uno, una orizzontale ne avrà un altro, così delle parallele ec.

1. 2. 3. *Disegnate un filetto*, fig. 1. *una astragalo* fig. 2. *un gavetto*, fig, 3.

Queste *mondanature* sono di un concepimento sì facile, ch'è inutile darne le spiegazioni. Vi si riconoscono evidentemente delle orizzontali, delle verticali, e dei cerchi, di cui le linee punteggiate indicano i raggi.

4. *Disegnate un toro col suo plinto*, fig. 4.

Il *toro*, del quale qui si vede il profilo, è una grossa mondanatura, che ordinariamente si adopera alla base delle colonne, di cui essa fa il contorno; il *toro* ha il suo diametro verticale e parallelo all'asse della colonna; essa è prodotto in un semi-cerchio che fa la sua rivoluzione attorno di quest'asse. Il *plinto* è il cilindro corto che sostiene il *toro*.

5. 6. *Disegnate un quarto di* tondo dritto, *o rovescio co' suoi filetti*, fig. 8. 5. e 6.

Il *quarto di tondo* è la metà di un toro, come se questo toro fosse stato tagliato da un piano orizontale. Questi disegni non presentano alcuna difficoltà.

7. ed 8. *Disegnate una gola dritta, o rovescia, con i suoi filetti*, fig. 7. ed 8.

Il profilo della gola è formato, di due archi di cerchio eguali, uniti per le sue estremità, de' quali l' uno è convesso, e l' altro è concavo, come si vede nelle fig. 7, ed 8. Per conseguenza i centri trovansi nei due lati della linea retta che congiungono le loro estremità. Questa linea che si vede punteggiata, e divisa nel mezzo degli archi di cerchio nel punto che separa la parte convessa dalla concava, e ciascuna metà, essendo presa per base di un triangolo equilatero, il vertice di questo triangolo serve di centro. La retta che congiunge i due centri passa pel punto di riunione de' due archi, metà della prima retta punteggiata.

9. e 10. *Disegnate una* gola diritta *e rovescia* fig. 9. e 10. La costruzione è la stessa, non essendo che una gola, di cui la concavità è trasfigurata in convessità, e viceversa.

Tutte queste *mondanature* sono eseguite più ordinariamente nel senso che si è indicato nella tavola; ma gli allievi debbono esercitarsi a disegnarle nel senso opposto, val quanto dire volgendole verso la sinistra.

11. *Costruite un vaso da fiori*, fig. 11.

Questo vaso è formato di parti, i cui rapporti si percepiscono ad un semplice colpo d' occhio; le rette e gli archi di cerchio sono riunite in proporzioni facili ad essere valutate. I due archi uniti per le loro estremità che si osservano al *piedistallo* hanno i loro centri indicati dalla puntazione. Suole chiamarsi questa forma un *peduccio*. Si è coperta la figura d' una reticella di rettangoli punteggiati, ai quali non bisognerà per lo momento fare attenzione. Questa reticella è una costruzione che si rapporta alla quinta sezione, dove se ne darà la spiegazione. Simile figura di vaso è stimato rotondata avanti, e dietro della foglia, simmetricamente per rapporto ad un asse medio che è stato indicato alla punteggiatura, e si deve concepire, che tutte le linee girino intorno di questo asse punteggiato per generare un corpo di rivoluzione (vedete l' osservazione fatta alla pagina seguente).

13. *Costruite un peduccio* fig. 12.

Qui gli archi della curva, che si vedono uniti per le estremità, appartengono, l' inferiore all' ellissi, e l' altro al cerchio. I centri, e gli assi vi sono indicati.

14. *Disegnate un boccale ed il suo bacino*, fig. 13.

Anche qui si osserva una mezza ellissi che si riunisce per l' estremità, e senza gomiti a due quarti di cerchio; il piede del vaso, il suo angolo, ed il suo collo sono delle curvature di *fantasie*, come ordinariamente dicesi, vale a dire, che queste curve sono delineate senza una legge determinata. Del resto, e qui, ed in tutte le figure che seguono, i disegni rappresentano dei corpi di rivoluzione.

15. *Disegnate un vaso a calotta sferica*, fig. 14. Vi si osserva un mezzo cerchio ornato di filetti paralleli portato sù di un peduccio molto basso.

16. *Disegnate una zuppiera*, fig. 15. La capacità è formata da una mezza ellissi sormontata da una curva di fantasia.

17. *Delineate una vasca che formi una fontana*, fig. 16.

Una specie di colonna corta sostiene una capacità formata da una gola (come nella fig. 9) Un globo sferico sostiene la vasca destinata a versare i liquidi.

18. *Delineate un vaso pel tè*, fig. 17.

La parte principale è formata da un cerchio. Il manico ed il becco sono delle curve di fantasie.

19. *Disegnate una caraffa*, fig. 18.

La capacità è formata da una ellissi troncata nelle due sommità.

OSSERVAZIONE. Nella maggior parte di queste figure nella tavola in esame, si osserva che vi è una linea verticale , la quale divide simmetricamente il disegno. Per fare con esattezza esse figure, bisogna delineare all' istante questo asse (che terminato tutto si cassa); si accomodano i contorni dei due lati dell' asse, di maniera che si osservi l' esatta simmetria del disegno. Bisogna anche dire, che quanto più è composta una figura, tanto più è necessario il sottomettersi ad una regola, della quale spiegheremo le conseguenze nella quinta sezione; questa regola consiste ad *indicare prima di tutto sul disegno che si vuol fare, i siti che occuperanno i limiti estremi nell' alto e nel bas-*

so, a dritta ed a sinistra; dopo di che si delinieranno i tratti delle suddivisioni principali della figura, e quindi i tratti di minore importanza, e ciò di vicinanza in vicinanza. Perchè se per lo contrario si proceda, per esempio, dall' alto al basso, facendo tutt' i tratti successivi, i piccoli errori inevitabili delle parti delineate, si accresceranno discendendo, perchè le dimensioni difettose servirebbero di scala per valutare gli spazì che seguono, e si farebbe un disegno, la deformità di cui andrebbe crescendo, a misura che si proseguirebbe.

OTTAVA TAVOLA.

1, 2, 3, 4, 5. *Fate de' rosoni.* Queste figure sono formate da un grande cerchio, nel quale si descrivono diversi archi. Nella figura 1, si fissa la punta del compasso ove si vuole sulla grande circonferenza, e si descrive col raggio di questo un arco di cerchio. Si replica sei volte la stessa costruzione, prendendo per centri i punti, ove un arco così delineato taglia la grande circonferenza, che si troverà divisa in sei parti eguali (pag. 63). Si ottengono per tal modo le sei foglie del rosone, Vi sono dodici foglie nella figura 2, perchè dopo aver delineata la precedente, si riproduce, prendendo per centri i punti di mezzo degli archi precedenti.

Nella figura 3, si tirano quattro diametri, inclinati di 45 gradi l'uno sull' altro, come si è detto nella pag. 64. per inscrivere uu ottagono regolare. In seguito sul mezzo di ciascun *raggio* preso per centro, e con un raggio, che sia la metà di quello del gran cerchio, si descrivono delle semicirconferenze. Si descrivono i cerchi interi nella figura 4, giusta si è detto; ma non si ammetteranno che tre diametri, come per l' esagono regolare iscritto, pag. 63. In tal modo si porta sei volte il raggio sulla grande circonferenza, per avere i termini di tre diametri.

Il fregio, fig.5; è formata di cerchi eguali; e che si toccano esteriormente; vi si tirano due diametri a 45 gradi sulla orizontale, e queste liuee sono le corde degli archi, dei quali si situano i centri sopra diversi punti della circonferenza, scelti in maniera che questi archi passino per le estremità di ciascun raggio.

6, e 7. *Diseynate una porta ed un portico.* Le figure 6, e 7 non esigono alcuna spiegazione per esser comprese da per loro stesse.

8. *La Lampada*, fig. 8.

È composta di un cilindro sormontato di un globo di vetro, e di un vetro cilindrico, che racchiude il lucignolo, e la fiamma. Queste lampade sono usatissime.

9. *Il termometro*, fig. 9. È un istrumento da misurare la temperatura, la quale è tanto più elevata, quanto più il liquido s'innalza lungo il tubo di vetro che lo contiene. Vi si vede un serbatojo più grande, che aumentando il volume del liquido, rende l'accrescimento più sensibile. Questo tubo è messo sù di una scala di parti eguali, che indica i gradi del calore, o del freddo. Lo zero di questa scala è il termine dove discende il liquido, quando il ghiaccio comincia a fondersi. Per indicare i freddi rigorosi, bisogna che il liquido si abbassa più o meno al di sotto di questo termine. Al contrario, se il liquido s'innalza sino al centesimo grado, si avrà un calore necessario per far bollire l'acqua.

10. Il *Grafometro* rappresentato dalla fig. 10. è un istrumento che serve ad elevare i piani; l'uso ne sarà indicato in seguito. Non si tratta qui che di copiare la forma del semi-cerchio graduato, e di aggiungervi i traguardi, i livelli, e la bussola.

11. *Disegnate un occhio di bue.* Si montano qualche volta le porte maestre di un arcata *ad archi pieni*, vale a dire mezzo-circolare, nella quale si fa una finestra rotonda, ed ovale. Ecco come si disegna quella della figura 11: dal centro s'innalzi una verticale, il punto medio della quale è il centro della finestra. In seguito si gira la corda dell'arco di 90 gradi, ed il cerchio interiore di questa finestra è tangente a questa corda.

12. *La mostra di un orologio*, fig. 12. È divisa in 60 parti eguali, per indicare i minuti, e su dei punti di divisioni 5, 10, 15 da cinque in cinque minuti, si scrivono le dodici ore.

13. *Per disegnare la croce di onore*, fig 13. Si descrive un cerchio diviso in dieci archi eguali, i punti di divisione sono i siti de' piccoli globetti, che terminano i punti della stella. I diametri che vi corrispondono, indicano l'inclinazione dei raggi. Si disegnano due

altri cerchi concentrici al primo, de' quali l'uno contiene la leggenda, e l'altro i rami di alloro.

14. *Costruite un barometro*; fig. 14. Si riempie un tubo di vetro con del mercurio, che si faccia bollire al fuoco per farne sortire l'aria, e l'umidità. Questo tubo è bucato in una delle sue estremità, e quando viene rovesciato, affinchè questa estremità sia rivolta in alto, il mercurio ricade pel suo peso, ma non nella sua totalità; ne resta sospeso una colonna presso a poco di 76 centimetri, più o meno, secondo lo stato dell'atmosfera. È l'aria che sostiene in tal modo questo metallo: e questo effetto essendo la misura della causa, viene a conoscersi che quanto più il mercurio s'innalza, tanto più è sperabile il bel tempo; le piogge, i venti, e le tempeste sovente accompagnano la depressione del mercurio. Per calcolare questi movimenti si adatta al tubo una scala divisa in millimetri, e lo zero di questa scala è al livello inferiore del mercurio, in un mastello, la di cui forma varia moltissimo, che riceve il mercurio quando discende, o alimenta la colonna quando esso s'innalza.

NONA TAVOLA.

La terza tavola della ottava classe comprende sei vasi di differenti forme. Gli allievi vi riconosceranno degli archi di cerchio e di ellissi, le costruzioni regolari de' quali saranno in seguito esposte. Noi quì ci limiteremo a dare alcune spiegazioni sopra questo soggetto: gli allievi dovranno cassare, come si è praticato nelle due tavole precedenti, le linee punteggiate, che loro servono per trovare i centri, ed i raggi degli archi de' cerchi, l'appiombo di alcune parti, e dei punti dell'ellissi, come sarà più sotto indicato.

La parte inferiore dei vasi, fig. 1, e 2, è ellitica; il tratto si fa, secondo il processo che sarà esposto da qui a poco (Ved. fig. 26, tav. II) col soccorso di due cerchi concentrici, dei raggi, delle orizontali, e delle verticali; il tutto é indicato con delle linee punteggiate.

La parte superiore della fig. 1, è formata di due archi di cerchio, i centri, ed i raggi de' quali sono indicati. Qualche ornamento semplicissimo viene unito a questi due vasi.

Per delineare i vasi, fig. 3 e 4, si tirino una verticale,

ed una orizontale, sulle quali si notano cinque punti eguali a piacere, dopo il punto d' intersezione. Si ottengono per tal modo sulla orizontale i centri di due archi di cerchio che si descrivono. Il terzo punto di divisione sulla verticale inferiore è il centro di un arco che si riunisce con i primi, prendendo il raggio indicato per delle linee punteggiate.

In relazione della parte superiore è dessa una mezza circonferenza, fig. 3; la parte principale di quella della figura 4, è formata di due quarti di cerchio.

La figura 5, è disegnata sù de' medesimi principii che le precedenti, prendendo sei divisioni sulla orizontale, invece di cinque.

Queste figure sono degli esempii pei *manichi di paniere*.

La figura 8, è costruita sù di un cerchio intero, meno che il coverchio, e gli ornamenti di fantasie che vi si vedono.

I vasi, fig. 7, ed 8, sono egualmente formati di ellissi.

La figura 9, è un *tirsi*, e la figura 10 un *caduceo*.

II. DISEGNO GEOMETRICO

INSTRUZIONE PER L' ISTITUTORE.

I disegni eseguiti nella prima sezione non hanno avuto altro soccorso che quello dell' industria della mano, e della precisione del colpo d' occhio; ed erano queste le facoltà che si avevano per oggetto di esercitare, e di sviluppare nei fanciulli. Ma questo procedimento non può in molte circostanze essere sufficiente ai bisogni delle arti. Qualunque sia l' abilità dell' artista, la sicurezza della sua mano, la precisione colla quale dispone le sue masse ed i suoi dettagli, potrà egli vantarsi di formare dei tratti così puri, e così sottili da valutare le distanze con altrettanta esattezza, come se si servisse di riga, e di compasso? Tutte le volte che si esiggono dei disegni precisi, siccome ciò avviene sempre per via di costruzioni materiali, i tratti a man volante non possono sostituirsi a quelli che si fanno con degl' istrumenti. D' altronde per corrigere i suoi discepoli, il maestro dovendo adoperare la riga, la squadra, il compasso è d' uopo ch' egli sappia servirsene. Noi dunque anderemo indicando i metodi geometrici, di cui si deve far uso per delineare delle costruzioni esatte.

I fanciulli debbono così rendersi capaci di fare, e di comprendere le operazioni grafiche, ed anche di eseguirle, allorchè in seguito si giudicherà che essi sieno molto istruiti e molto ragionevoli, perchè si possono loro affidare gl'istrumenti: ma questo non sarà mai più che un piccol numero di allievi della scuola, che potrà occuparsi di questi disegni. Crediamo necessario di quì ricordare, che le istruzioni di questa seconda sezione debbono essere tutte di azione, e raramente di precetti; è nel vedere operare, che il discepolo apprenderà; si abbandona alla sua intelligenza la cura di rendersi conto di tutto ciò che vede fare. Il fanciullo si limita qui ad imitare le pratiche, di cui non gli vengono esposti i motivi, o di cui almeno raramente gli si spiegano le ragioni; e poichè l' insegnamento di questa seconda sezione si riduce all' osservazione dei metodi, di cui egli vede che il suo maestro ha sempre fatto uso nelle correzioni de'disegni a man volante, gli sarà facile d'imitare queste pratiche. Così noi non abbiamo qui bisogno che di esporre successivamente i processi grafici, che il maestro

deve adoperare per fare dei disegni esatti, servendosi degl'istrumenti: il fanciullo imprimerà senza sforzo questa pratica nella sua memoria.

Noi dunque andiamo per giro a passare in rivista le diverse quistioni contenute nelle tavole delle nostre otto classi, ed a dare i metodi geometrici che debbono seguirsi per disegnare esattamente le figure delle nostre nove tavole.

TRE PRIME CLASSI

1.ª TAVOLA.

Nota. Tutte le figure indicate nel testo han rapporto con la tavola II. alla fine del libro, e non già alle figure delle tavole delle classi.

Tirate una linea retta. L' istrumento, di cui ci serviamo per tirare delle rette è una riga; si applica essa sù la tavola, lavagna, o foglio di carta, e percorrendone l' estremità con una matita, una penna, un tiralinea, ec. si lascia impresso il tratto rettilineo (1). Ciò non è una cosa tanto facile come si potrebbe credere, dal perchè per disegnare una retta ci serviamo della riga: la matita deve radere l' estremità, senza lasciarsi sviare, o tremare la mano che la guida. Un poco d' abitudine impratichisce ad adoperarla con destrezza: ma è di bene esser prevenuto che spesso il tratto che si è fatto all' estremità di una riga non è in linea retta. Per assicurarci se l' è in effetto, ed anche per verificare se la riga è buona, si rivolta essa dall' una all' altra estremità, dalla dritta alla sinistra, e si applica lungo il tratto; bisogna che l' orlo coincida esatta-

(1) Si può anche strofinare un cordone con della creta, distenderlo per le due estremità molto da vicino alla superficie, sulla quale vuolsi tirare la linea, di poi prendere con le punte delle dita il cordone, elevandolo perpendicolare a questa superficie: si lascia in abbandono la corda, ed essa va a toccare la superficie, lasciandovi l'impronta rettilinea. Questo processo vien praticato tutte le volte che la linea è troppo lunga, onde permettere l' uso di una riga: i muratotori, i legnajuoli, i giardinieri ec: spesso lo mettono in pratica.

Quando le dimensioni della retta sono molto lunghe, come nelle rette tirate sul suolo, si livellino dei bastoni. Vedete la 4.ª sezione.

mente con questo tratto, perchè sia in linea retta. Tale processo di pruova è più esatto che quello di vedere coll' occhio l' orlo della riga, per giudicare se vi sono parti ineguali, siccome fanno i falegnami; perchè quest' ultimo mezzo non può dare che una precisione approssimativa ed incerta.

Il tira-linea è un istrumento prezioso per formare delle linee sottili, o grosse che si vogliono; esso è preferibile alla penna, di cui non si è certo di conservare l' allontanamento delle parti del becco. Esso è formato di due lamine d' acciaro parallele, sottilissime, e fatte a punta ottusa; l' inchiostro che scorre dal mezzo di esse vi è aderente, e tirandosi una linea sulla carta con queste punte, conducendo l' istrumento nel senso delle lamine, l' inchiostro si deposita sopra la carta, e forma un tratto, la grossezza del quale è determinata dall' allontanamento delle lamine. Una vite serve a ravvicinare poco a poco l' una dall' altra lamina, in modo da poter fare i tratti sottili come si vogliono.

Dividete una lunghezza data in più parti eguali.

Se si ha una scala di parti eguali già diseguata, non v'ha cosa più facile che di formarne una (vedete pag.37). per dividere una linea in cinque, per esempio, si porterà questa lunghezza sulla scala, affin di conoscere il numero di queste parti che vi si trovano contenute: supponiamo che essa ne racchiude 55; dividendo questo numero per 5, si vede che ciascuna delle divisioni domandate contiene 11 parti della scala. Così aprendo un compasso in modo che le punte intercettano 11 parti, si avrà la quinta parte della linea, quantità che dovrà essere giustamente trasportata cinque volte consecutive dall' una all' altra estremità.

Il più delle volte nelle arti la divisione delle linee si fa con degli sperimenti consecutivi, val quanto dire, che si apre un compasso di quantità che si giudica ad occhio essere la frazione proposta della linea; e successivamente portando più volte quest' apertura, è facile di conoscere s'essa è troppo grande, o troppo piccola, e si diminuisce o si aumenta di una porzione, che sia la medesima frazione dell' eccesso, o del difetto riconosciuto. Ma siccome sempre si apre o più o meno il compasso, così tale tentativo non iscioglie il problema geometrico. Il processo qui sotto descritto è assicurato.

Supponiamo che si voglia dividere la linea A H in 6

parti eguali (fig. 1,tav.II.;) per l'estremità A, tirate una linea indefinita A*m*, in una direzione a piacere, sulla quale voi porterete 6 parti eguali, grandi, o piccole a piacere, ciò non importa; voi avrete i punti di divisione *b*, *c*, *d*... *h*; unite la stessa ed ultima *h*, con l'estremità H; poi con una squadra, tirate per tutti gli altri punti delle parallele ad H*h*, siccome più appresso si apprenderà a farlo (pag. 86): queste rette divideranno AH in 6 parti eguali.

È inutile il dire che se il numero delle parti ammonta a sei, si potrà prima prendere la metà della lunghezza, poi il terzo di ciascuna parte, e così per tutt' i divisori esatti, ciò che bene spesso facilità l'operazione. In effetto una volta, che si è trovato il terzo dell' una delle metà AD, è sufficiente portare questo terzo sei volte sulla linea AH. Bisogna disporre la figura in modo che l'incidenza delle parallele sopra AH sia presso a poco perpendicolare, allorchè si vogliono delle divisioni esatte.

Tirare delle linee parallele. Per descrivere pel punto A (fig. 2.) una retta AC parallela ad un altra BD, poggiate una punta di compasso in un qualunque punto D di essa retta, e descrivete un arco di cerchio AB, che passa pel punto dato A: si apre perciò il compasso di una quantità eguale alla distanza AD. Ciò fatto, ritenete la medesima apertura, e poggiando la punta in A, descrivete un arco indefinito DC; in fine prendete la distanza AB, portatela da D in C sull' arco, voi conoscerete questo punto C, la retta AC sarà la parallela domandata.

La squadra è un istrumento comodissimo per tirare delle parallele; gli si dà ordinariamente la forma di un triangolo BAC (fig. 3 e 4). Si situa la squadra in modo da far coincidere l'uno de' suoi orli con la linea data AE, e si applica una riga GH lungo l'altro orlo AC; poi tenendo la riga fissa in questa posizione, si fa passare la squadra sopra la medesima, continuando a far coincidere i loro orli AC. La squadra prende allora una posizione A' B'C', e si ha cura di far passare il lato A' B' pel punto dato B', che deve trovarsi sopra la parallela domandata: questa parallela è precisamente la retta A'B', che si disegna seguendo l'orlo della squadra con un lapis, uno stiletto, ec.

Il più delle volte la squadra ha l'uno de' suoi angoli retti; tale è A, fig. 3, o C, fig. 4: ma è indifferente fare

coincidere con la riga, o con la retta data, l'uno, o l'altro dei lati di questo triangolo. Può anche servirsi di una squadra poligonale, o simile ad una T majuscola, come lo fanno gli architetti. È sufficiente che l'uno degli orli dell' istrumento scorra lungo la riga, perchè sia trasportato paralellamente, e che gli altri lati nella nuova posizione, siano rispettivamente paralleli ai primi. Poichè una orizzontale ed una verticale sono rette parallele agli orli del quadro, la fig. 8 della prima tavola non può presentare difficoltà.

Tirare una perpendicolare sopra una retta data, ec. Dessa è una proprietà che non appartiene che alla perpendicolare elevata sul mezzo di una linea, di avere un qualunque de' suoi punti tanto lontano dall' una dell' estremità di questa linea, che dall' altra: così per giudicare se una retta è perpendicolare, non si tratta che di verificare se questa condizione siasi adempita, ciocchè porta ai processi seguenti, per fare dei *tratti quadrati*.

Sia proposta di alzare una perpendicolare CD al mezzo della lunghezza AB (fig. 5 tav. II.) Dai punti A, e B presi in giro come centri, e con un medesimo raggio, si descriveranno due archi di cerchio; questi archi si divideranno verso C, se all' oggetto i raggi sonosi presi assai grandi: è però uopo che essi eccedono la metà di AB; del resto la loro lunghezza è arbitraria, purchè sia la stessa. Questi medesimi archi prolungati anderanno ad intersecarsi in D, al di sotto della linea AB; se dai due punti C, e D d'intersezione, si tira la retta CD, questa sarà la perpendicolare dimandata; poichè essendo due dei suoi punti C, e D lontani egualmente da A, e da B, tutti gli altri punti debbono avere la medesima proprietà, ed in conseguenza, il punto I è il mezzo di AB.

Osservate che 1.° questa costruzione insegna a dividere una retta AB per metà, e dev' essere aggiunto a quel che si è detto su questo soggetto, pag. 85; 2.° non è necessario che i raggi dell' arco D, siano gli stessi che quelli dell' arco C; o se si fosse descritto l' arco F con i raggi eguali AF, e BF, differenti dai primi; la linea CF sarebbe stata la medesima perpendicolare che CD.

Per un punto dato C fuori di una retta AB, tirate una perpendicolare CD a questa retta (fig. 6.) Dal centro C, con un raggio a piacere, ma sufficientemente grande, descrivete un arco EF, che dividerà la retta data in

due punti E, ed F: da questi come centri, e con un qualunque medesimo raggio, descrivete due archi di cerchi, che si dividono in D, sia al di sopra, sia al di sotto di AB, e la linea CD sarà la perpendicolare dimandata. Si vede bene in effetto che ciascuno de' due punti C, e D è altrettanto lontano da E, che da F.

Da un punto dato I, sopra una retta AB (fig. 5.) *alzare una perpendicolare CI*. Segnate sulla retta data, in A e B, due punti ad eguali distanze da I, poi dai centri A e B, con lo stesso raggio, e sia qualunque, descrivete due archi che s'intersechino, o in C al di sopra, o in D al di sotto della retta AB; tirate IC, o ID, e questa sarà la richiesta perpendicolare: perchè questa linea ha due punti, I, con C, o D, di cui ciascuno è egualmente distante da A, e da B.

Tirate una perpendicolare all' estremità B di una retta AB (fig. 7). Poncte una punta di compasso dove vorrete in C, fuori della linea AB; poi aprendo le gambe della quantità CB, descrivete la porzione di circonferenza DBE, voi conoscerete il punto D; infine tirate il diametro DCF, che dividerà l' arco in F; la retta FB; sarà la perpendicolare dimandata.

Si sarebbe potuto egualmente prolungare la linea AB, e la quistione sarebbe rientrata in quella già risoluta.

Osservazione. Come l' uno degli angoli della squadra è ordinariamente retto, preferiamo servirci di quest' angolo per disegnare le perpendicolari. Ecco come dobbiamo operare per abbassare sù di una retta MN (fig. 8) la perpendicolare KI, passando per un punto dato K, o I. Si applica una riga lungo MN, poi si dispone la squadra ABC, di modo che uno dei lati AC dell' angolo retto A porti sull' orlo MN della riga, e si fa scorrere la squadra finchè l'altro lato AB passi pel punto dato K, o I. Il tratto che trovasi lungo di AB è la perpendicolare domandata.

Questa costruzione è esatta quante volte l' angolo A della squadra sia retto; per vedere se questa condizione vi è adempita, si ripiega la squadra su dell' altra sua superficie in A'B'C'; bisogna che A' C' essendo ancora applicato lunga la linea MI, l' altro lato A' B' lo sia esattamente lungo KI.

Fate un triangolo rettangolo isoscele. Costruito che si ha un angolo retto, prendansi delle parti eguali sù i lati,

e si tiri per le estremità così determinate, la linea che chiude il triangolo.

1. *Fate un rettangolo*, *ABCD*, fig. 10. Tirate due parallele indefinite AB, CD; poi abbassate una perpendicolare AC, e la sua parallela BD, ed avrete formato un rettangolo. Per assicurarsi se gli angoli sono esattamente tutti e quattro retti, ed i lati opposti paralleli, misurate le due diagonali CB, AD; esse dovranno essere eguali.

Ordinariamente le linee di un disegno sono per la maggior parte parallele ai lati del quadro che circondano tutta la figura. Si usa di fare con grande diligenza *dei tratti quadrati* nel mezzo del foglio. Allora la più parte delle linee del disegno, egualmente che quelle del quadro sono delle parallele all' uno, o all' altro di questi tratti; si descrivono queste parallele servendosi della squadra.

2. *Per dividere un rettangolo in parti eguali*, è sufficiente dividerne la base in altrettante lunghezze eguali, ed elevare delle perpendicolari in ciascun punto di divisione. Ved. pag. 85.

3. *Per fare un parallellogrammo*, è sufficiente tirare due rette parallele; poi in altra direzione altre due rette parallele tra loro. La base è qualunque de' lati terminati dalle sezioni di queste quattro linee; una perpendicolare ad essa base presenta l' altezza.

4. *Fate un quadrato*. Tirate che si sono due rette perpendicolari, e prese sù queste linee delle parti eguali al lato del quadrato, per ciascuno dei due punti così determinati, si tirerà una parallela al lato opposto; il quadrato si otterrà se i quattro lati sono eguali, e se le diagonali sono eguali.

Si può benanche descrivere una circonferenza di cerchio, e due diametri perpendicolari; le corde che congiungono le estremità di queste rette formano un quadrato. Vedete la fig. 11: queste corde debbono essere rispettivamente parallele. Qui sta che la diagonale del quadrato è dato. Vedi il probl. 14 della pag. 43.

6. *Per tirare delle obblique AD, DC* (fig. 9) *egualmente distanti dalla perpendicolare BD sopra AC*; è sufficiente il prendere, partendo dal piede B, delle parti eguali BA, BC, ed il tirare le obblique. Gli angoli ADB, CBD saranno tra loro eguali.

7. *Fate un triangolo isoscele*, ADC, fig. 9. Tirate

la base AC, e la perpendicolare BD, nel suo centro B, da un punto D di quest' ultima, tirate all' estremità A e C della base, le rette obblique DA, DC, ed avrete un triangolo isoscele.

Si possono tirare anche due linee indefinite, e perpendicolari AC, BD; dipoi da un punto D, dell' una, costruire un'arco di cerchio AIC, che taglierà l' altro nei due punti A, e C; si tireranno DC e DA; e DAC sarà un triangolo isoscele.

Infine si può ad un arco di cerchio AIC, tirare una corda AC, le estremità di cui A e C si congiungono al centro D con dei raggi.

9. *Fate un triangolo equilatero*, fig. 12. Tirata che si ha una retta AB, eguale al lato dato di questo triangolo, dalle due estremità A, e B, come centri, e con un raggio eguale ad esso lato AB, descrivete due archi di cerchio che si taglieranno in C: tirate AC, e BC, ed avrete il triangolo domandato.

13. *Fate un rombo, o losanga*, fig. 13. Tirate due rette perpendicolari AC, BD; prendete delle parti eguali BO, ed OD; poi delle altre AO, OC, eguali tra loro; congiungete con delle rette i quattro punti A, B, C, D, così determinati, ed avrete una losanga, figura che ha i lati opposti rispettivamente paralleli, e tutti quattro eguali. Essa sarà un quadrato, se le parti AO, BO, saranno eguali. Ved. probl. 13, pag. 43.

17. *Dividete un angolo retto per metà*, ec. La soluzione di tutti questi problemi dipende da quella del problema 17. della terza classe. Dal vertice dell' angolo proposto (ved fig. 26, 27, 28, pag. 45) si descrive con un raggio qualunque un arco di cerchio; se si riportino sù di questo arco due, tre, quattro parti eguali, i raggi che passanò per i punti di divisione, dividono l' angolo in altrettanti angoli eguali. Questa verità nasce da che gli angoli sono precisamente tra loro nello stesso rapporto che gli archi descritti con un medesimo raggio, prendendo il vertice per centro: se uno di questi archi, è quintuplo dell' altro, il primo angolo è cinque volte il secondo, ec. Ved. pag. 92.

Ridurre un disegno a delle dimensioni minori. La copia dev' essere composto di rette, che fanno tra loro degli angoli assolutamente eguali a quelli che si vedono nel

modello, ma si ridurranno le lunghezze di queste linee nel rapporto voluto; cioè, alla metà, o al terzo, o ai tre quarti, o ec.: Questa riduzione, ch' è l' oggetto del problema proposto, può farsi coll' ajuto di una *scala*, dopo che si saprà trovare (pag. 37 ed 85.) la metà, il terzo, o i tre quarti di ogni lunghezza data. Ma è più agevole operare nella maniera che segue. Una qualunque linea A*m* (fig. 1) che traversa il disegno, vi si trova divisa dagli altri tratti nei punti *b*, *c*, *d*. . . . . *h*, (noi qui non supponiamo più questi intervalli eguali, come nella pag. 85.), e volendo rimpiazzare la lunghezza A*h* con un altra, come AH, vi si devono *segnare delle divisioni che hanno il medesimo rapporto*. Si tirerà la retta *h*H che congiunge le due estremità, e le parallele *d*D, C*c* a questa per tutti i punti di divisione; AH sarà divisa in parti proporzionali a quella di A*h*. L'angolo *m*AH è a piacere.

QUARTA, E QUINTA CLASSE

2.ª E 3.ª TAVOLA.

3. *Costruite un trapezio le basi e l'altezza di cui sieno date.* Tirate una linea eguale alla data altezza EF; dalle sue estremità tirate due perpendicolari AB, CD, alle quali voi darete per lunghezze quelle che devono avere le date basi del trapezio: congiungete le estremità due a due, ed avrete un *trapezio* ABCD, che presenterà le condizioni prescritte. Ved. la fig: a pag. 47.

Osservate che le lunghezze delle basi possono essere prese dappertutto dove si vuole sulle due perpendicolari: così può farsi una infinità di trapezii, che abbiano le basi, e le altezze assegnate. Può dunque aggiungersi alle date qualche altra condizione, come quella di avere un angolo determinato ec.

Tutte le altre costruzioni delle due tavole sono sufficientemente spiegate nel testo, pag. 47 e 58; è perciò inutile di presentare su questo soggetto de' nuovi sviluppi. Così le quistioni di 1 a 5 della tavola della quinta classe si risolvino con un seguito di parallele equidistanti, e di perpendicolari. Si potranno di molto variare queste figure, soprattutto rimpiazzandone i quadrati con le losanghe. È del maestro

l' esercitare l' immaginazione, e lo zelo dei fanciulli, proponendo ad essi loro delle variazioni di questo genere.

SESTA CLASSE

4.ª TAVOLA.

1. a 3. *Descrivete un cerchio, segnatene il centro, un raggio, un diametro.* Ci serviamo di due specie principali di compassi; l'una detta *a punte secche*, non serve che a misurare le distanze; in relazione del secondo l'una delle punte non è fissata, se non che per mezzo di una piccola vite di pressione, e puo essere rimpiazzata da un *porta lapis*, o da un tira-linee. Con questi compassi si prendono le distanze, si descrivono i cerchi col lapis, o coll' inchiostro.

4. *Dividete un cerchio in otto parti eguali.* Due diametri perpendicolari determinano quattro archi eguali, e non rimane che a dividere ciascuno di questi archi per metà. Vedete il problema 9 quì appresso.

I problemi 5 a 8 non esigono spiegazioni.

9. e 15. *Dividete un arco in due, tre parti eguali, duplicatelo, triplicatelo.* Due archi descritti col medesimo raggio sono eguali, se le loro corde sono eguali. Così se io porto l' apertura del combasso a D due, o tre volte sull' arco AB, fig. 14 e 15, tav. II: quest' apertura, che misura la corda dell' arco AD mi darà due o tre archi eguali all' arco AD; unendo l' ultimo punto di divisione al centro C, il problema sarà sisoluto; egli è dunque ben facile di duplicare, triplicare ec. un arco dato, ed in seguito un angolo; dopo ciò che si è detto, pag. 90. l' angolo ACB, fig. 15 è triplo di ACD.

Similmente per dividere un arco (e quindi un angolo) in più parti eguali è d' uopo trovare un apertura di compasso, che possa trasportarsi tante volte dall'una all' altra estremità sull'arco proposto, in modo da completarne esattamente la estensione: il che suole ottenersi mediante svariati tentativi. Si può qui riprodurre la stessa ossorvazione della pag. 85. per la divisione delle linee rette, e conchiuderne, che questo mezzo non è, nè certo, nè geometrico: ciò non ostante è ordinariamente adoperato, atteso che non si ha qui, come

per le rette, un processo esatto e generale, che sia sufficiente per tutti i disegni. Il problema della *trisezione degli archi* (o degli angoli) non è risolubile servendosi della riga e del compasso. Vedete pagina 71. ciò che si è detto del *semicerchio graduato*.

Per dividere un arco AO, per metà, fig. 14. Dalle estremità A ed O, come centri, e con un raggio qualunque, ma sufficientemente grande, descrivete due archi di cerchio che s'incrocicchiano in *I*: la retta *CI* tirata al centro C, divide l'arco AB nel suo mezzo D.

10, ed 11. *Tirate una tangente ad un cerchio, o ad un arco BI* (fig. 16.) *per un punto B di questo arco.* È una proprietà della *tangente di essere perpendicolare al raggio che termina al punto del contatto.* Vedete pagina 61. È dunque bastante di tirare questo raggio C B, e di abbassarvi una perpendicolare A B pel punto dato B. Si può per l'oggetto adoperare una squadra, anche quando il punto di passaggio della tangente fosse esteriore all'arco, come nel problema 16; questa costruzione sarà facile. Possiamo servirci del compasso, come si vede pagina 88. e problema 16 qui appresso.

12 e 13. *Tirate quattro tangenti al cerchio; circoscrivete un quadrato.* Non v'ha cosa più semplice che tirare quattro raggi a piacere ai punti della circonferenza, e delle perpendicolari alle loro estremità, per formare un quadrilatero circoscritto al cerchio: si circoscriverà nello stesso modo un triangolo (fig. 18), un pentagono tirando tre o cinque raggi. Se si tirino due diametri perpendicolari, le quattro tangenti formeranno un quadrato circoscritto. Ved. fig. 8. della sesta classe, pag. 61.

14. Si è di già insegnato pag. 61. il processo che serve *ad inscrivere un quadrato in una circonferenza data.*

16. e 17. *Tirate delle tangenti al cerchio CBD per un punto A, preso al di fuori*, fig. 16 tav. II. Tirate la retta AC, che unisca questo punto A al centro, e su questa lunghezza AC come diametro, descrivete la circonferenza CBAD; il centro è nel mezzo di AC; essa dividerà la proposta circonferenza CBD nei due punti B e D; tirate AB, ed AD, queste saranno le due tangenti domandate.

18. ***Dividete un cerchio CADF in sei archi eguali, e formate l'esagono regolare inscritto***, fig. 17. Biso-

gna portare il raggio del cerchio sei volte dall' una all' altra estremità sulla circonferenza, e se opererete con esattezza, voi troverete che la sesta volta il vostro punto di compasso ricaderà esattamente sul punto donde partì. Le corde di questi sei archi formeranno l' esagono domandato. Osservate che le rette, le quali come AC, congiungono i vertici opposti, devono passare pel centro C; ciò servirà a verificare le parti difettose della figura

19. *Dividete un cerchio in tre parti eguali; inscrivetevi un triangolo equilatero.* Unendo i punti determinati nella maniera che si è detto, ma da due in due solamente, si ha il triangolo equilatero inscritto, che si è punteggiato nella figura 17, tav. II.

20 e 21. *I cerchi che si toccano* hanno la proprietà che il punto di contatto è situato sopra la linea che congiunge i centri. Così per *descrivere de' cerchi tangenti l' uno all' altro*, dopo di aver fatta la prima circonferenza, e tirata la linea de' centri, questa retta dividerà essa circonferenza in un punto che sarà quello del contatto; a partire da questo punto, si porterà dunque il secondo raggio sù questa retta dai centri, a dritta o a sinistra, secondo che i cerchi debbono toccarsi al di fuori, o al di dentro, e si avrà il secondo centro, ec: Ved. fig. 13 e 14, della 4.ª tav. pag. 63.

22 a 24. *Inscrivete un ottagono regolare in un cerchio.* Questo problema si riduce a dividere la circonferenza in otto archi eguali, ciò che si è fatto, pag. 92. i poligoni di 5, 7, 9.... lati si descrivono secondo i medesimi principii, nasce qui solo la difficoltà della divisione degli archi in 5, 7, 9.... parti eguali, ch' è stato precedentemente esposto, pag. 92.

25, e 27. Vedete i problemi 31, e 32.

26. *Fate un cerchio, e costruite un triangolo tangente*, fig. 18. Questo problema è considerato nel 10 ed 11, pag. 93.

28. *Inscrivete un cerchio in un triangolo dato ABD*, fig. 18. Dividete per metà due angoli del triangolo con delle rette, come AC, per A, e BC, per B; il punto C, dove si segano queste linee, sarà il centro del cerchio cercato; la perpendicolare CE, o CF, o CG, abbassata da questo punto sopra uno dei lati del triangolo, sarà il raggio; queste tre perpendicolari sono eguali tra loro. Il

centro C, ed il raggio CE, essendo conosciuti, si descriverà il cerchio, che sarà tangente ai tre lati.

31. *Fate passare una circonferenza di cerchio per tre punti dati A, B, D*, fig 19. Tirate le rette AB, BD, ed abbassate una perpendicolare sul mezzo di ciascuna retta, cioè: FC, EC; queste perpendicolari s' incontreranno in C, che sarà il centro del cerchio dimandato; le distanze del punto C dai tre punti dati, CA, CB, CD, saranno eguali, e costituiranno il raggio di questa circonferenza, che si potrà facilmente descrivere.

Quanto più uno dei punti dati, come A, avvicina il prolungamento della linea retta BD, che passa per i due altri punti, tanto più il centro C si allontana; se i tre punti fossero situati in linea retta, le due perpendicolari CF, CE, non più s' incontrerebbero, esse sarebbero parallele, e non si potrebbe più condurre una circonferenza per dessi tre punti.

32. Se si vuole *circonscrivere un cerchio ad un triangolo, oppure ad un poligono regolare qualunque*, il problema è visibilmente lo stesso che il precedente.

Per ritrovare il centro di un arco di cerchio dato, è necessario determinarvi tre punti, e proporsi di descrivere la circonferenza che li unisce.

33 e 35. Per *inscrivere un poligono regolare in una circonferenza data*, è d' uopo dividere essa circonferenza in altrettanti archi eguali di quanti lati si voglia il poligono; problema che noi abbiamo detto in generale di non potersi risolvere che con dei tentativi, o coll' ajuto del *semicerchio graduato*, fig. 24. Supponiamo che questo poligono sia di già inscritto; per circonscriverne uno simile, è sufficiente tirare una tangente a ciascuna sommità del poligono inscritto (ved. la fig. 20, e pag. 67.) ovvero a ciascun punto medio degli archi sottoposti, ciocchè darà la fig. 21. In quest' ultimo, i due poligoni, l' uno iscritto, e l' altro circonscritto, hanno i lati paralleli, secondo il problema 35.

Comechè ciascuna tangente esige una perpendicolare all' estremità del raggio, queste costruzioni sono lunghe ad eseguirsi. Ma si farà più breve, osservando, che il poligono circonscritto è per sua natura regolare, e che può tirarsi una circonferenza, la quale passa per tutte le sue sommità. Quindi è sufficiente l' aver riguardo all' una

delle tangenti, della quale si è parlato, che determina un solo dei lati del poligono circonscritto domandato; si descriva dal centro dato, un cerchio che abbia per corda questo lato, e non resta che portarlo sulla seconda circonferenza tante volte, quanti sono i lati che aver deve il poligono: il che si vede mediante le costruzioni delle fig. 20, e 21. Questo disegno è uno dei più difficili della geometria grafica, e quando si voglia della precisione nei risultamenti, bisogna molto esercitarvisi per riuscirvi.

35. *Inscrivete un cerchio tangente a' lati d' un poligono regolare dato.* Il centro di questo cerchio è lo stesso che quello del cerchio circoscritto (ved. prob. 32), il raggio è la perpendicolare abbassata da questo punto ad uno de' lati. Quando col raggio e col centro in tal guisa determinati, si descrive una circonferenza, questa deve necessariamente toccare tutti i lati. Siffatta costruzione presenta nell' esecuzione delle grandi difficoltà.

36. *Fare un triangolo, essendo dati i tre lati* fig. 22 Siano *a*, *b*, *c*, le tre linee date; tirate DE eguale ad una di esse, per esempio ad *a*; dalle estremità D ed E prese successivamente per centri, e con i raggi *b* e *c* descrivete due archi di cerchio, che s' intersechino in F, tirate finalmente DF, FE, ed avrete li triangolo richiesto.

È d' uopo osservare, che non è sempre possibile costruire un triangolo con tre rette prese a piacere; quando avviene che gli archi di cerchio, di cui si è parlato non si intersechino, il problema proposto è insolubile (1).

Costruite un triangolo, essendo dati due lati e l' angolo da questi contenuto, fig. 22. Supponiamo che si conosca l' angolo E, e le lunghezze *b* e *c* dei lati che sono inclinati da E l' una sull' altro; si tireranno due rette indefinite EF, ED, che formino fra loro l' angolo dato E. Sù queste rette si portino le lunghezze note EF eguale a *b*, ED eguale ad *a*, il che determinerà i punti F e D, e per conseguenza la retta FD, che chiude il triangolo.

---

(1) La regola geometrica, perchè il triangolo sia possibile colle tre rette date, è che se presa una qualunque di queste rette p. e. a, deve questa lunghezza essere minore della somma delle altre due, e maggiore della differenza di esse. Talchè, portato *b* sull' estremo di *c* si a dritta che a sinistra, onde sommarla e sottrarla, è necessaria che *a* sia minore della più grande, e maggiore della più piccola delle lunghezze di tal guisa ottenute.

Costruire un triangolo, del quale sieno noti due angoli ed un lato. È proprietà degli angoli di ogni triangolo, *avere la somma de' tre angoli uguale a due retti*, o 180 gradi. Se, p. e. si tagliano verso il loro mezzo i tre lati del triangolo EDF, si separeranno gli angoli l'uno dall' altro, e potranno essere situati in guisa da presentare per vertice lo stesso punto a ciascun angolo, ed appoggiare i lati l' uno sull' altro. Talchè restando l' angolo D nel suo sito secondo *c* D a, fig. 32, l' angolo F potrà esser rivolto come *c* D *f*, e l'angolo E portato in *f* D *g*. Questi tre angoli, così riuniti, sono tali che la retta D *g* è precisamente il prolungamento di ED.

Da ciò ne viene, che basta conoscere due degli angoli d' un triangolo, onde conoscere il terzo, poichè, se p. e., l'angolo in E non era dato, si sarebbe conosciuto facendo l'angolo *f* D*c* eguale ad F, e prolungando il lato E D verso *g*, l'angolo *f*D*g* avrebbe formato il valore di E. Bisogna ricordarsi che la lunghezza de' lati d' un angolo è arbitraria, e che qui non si tratta d' altro che de' gradi di apertura di questi lati.

Nel nostro problema due degli angoli sono dati; perciò si conosce anche il terzo; così sono noti, oltre il lato *a*, fig. 22, parimente gli angoli D ed E de'due altri lati con DE. Si tirerà una retta DE della lunghezza voluta *a*; si faranno in D ed in E gli angoli dati, e i lati DF, EF prolungati si rincontreranno in un punto F, che è il vertice del terzo angolo.

7. CLASSE

5. TAVOLA.

1. 2. e 3. *Tirare una retta che tocchi due cerchi; descrivere quattro tangenti a due cerchi, che non s'intersechino*, fig. 23. Tirate la retta COA, che congiunga i centri C ed O di queste circonferenze, poi tirate due raggi paralleli a piacere CB, OD, e la linea BD, che passa per le loro estremità: questa linea BD, prolungata, va a dividere in A la retta CO de'centri. Ora se per questo punto A, voi tirate una tangente AT ad una delle circonferenze, essa la sarà necessariamente anche all' altra (Ved. il problema 16 pag. 93).

Non solamente si hanno due tang. AT, AT' l'una al di so-

pra, e l' altra al di sotto; ma ve ne sono ancora due interiori, quando i cerchi non s' intersechino; la medesima costruzione le presenta; così come si vede nella figura 23; poichè congiungendo le estremità K, D, dei raggi paralleli si ottiene il punto I d' intersezione delle due tangenti interiori, il quale tiene luogo di A.

Nulla vi ha ad aggiungere intorno a ciò che si è detto pag. 69, per risolvere queste diverse quistioni.

4 e 5. *Disegnate una ellissi*, fig. 25. Si descrivono da prima i due assi perpendicolari AB, DE, per determinare le sommità A e B, il centro C, e le dimensioni in lunghezza, ed in larghezza; ciascuna di queste due linee divide l' altra per metà, conformemente a ciocchè è stato spiegato nel testo, pag. 69. Eccovi tre mezzi per descrivere la curva.

I. Sull' orlo di una riga MN, fig. 25, o d' una fascia di carta, portate le lunghezze MI, MK, partendo dall' estremità M; queste lunghezze essendo quelle dei semi-assi AC, CD: voi avrete i punti K ed I. Ciò fatto disponete questa riga in modo che il punto K cada in qualche parte sopra il grande asse AB, nello stesso tempo che il punto I sarà sull' uno dei punti del piccolo asse DE, l'estremità M sarà sull' ellissi. Rivolgendo la riga MN in tutti i modi possibili, adempiendo in tutto e per tutto alla condizione enunciata, e segnando l' estremità M sul piano della figura, si avranno gli altrettanti punti, che si vorranno; i quali, congiunti con un tratto continuo, formeranno l' ellissi domandato.

II. Disegnati che si sono, come sopra, i due assi AB, DE, fig. 26, descrivete col centro C, due cerchi concentrici CD, CB, che abbiano questi assi per diametri: è tra queste due curve che rattrovasi l' ellissi che si vuole descrivere. Tirate un raggio CN, ed una perpendicolare PN sull' asse AB, queste linee passano in un punto qualunque N della circonferenza esteriore; quindi pel punto Q, dove questo raggio incontra il piccolo cerchio, tirate QM parallela a quest' asse AB; ed avrete un punto M dell' ellissi. La medesima costruzione darà altrettanti punti, quanti se ne vorranno in questa curva. Ved. le fig. 1 e 2 della 9 tavola.

III. Dall' estremità D, fig. 27, del piccolo asse presa per centro, e con il semi-grande asse AC, per raggio,

disegnate l' arco FF', che dividerà il grande asse in F ed F', punti che si nominano i fuochi : in seguito prendendo un filo, o un cordone, di cui la lunghezza sia AB, fissate le due estremità, l' una in F; l' altra in F'. Stendendo il filo con uno stiletto per fargli prendere la figura di una linea spezzata di F'MF, il punto M sarà sull' ellissi.

Quest' ultimo processo è soprattutto adoperato in grande, quando si vuole descrivere un ellissi sul terreno; lo stiletto, passando leggiermente lungo il cordone, prolunga sempre l' uno dei raggi MF, MF' a difetto dell' altro; ed il punto dello stiletto descrive sul suolo l' ellissi dimandata.

Siccome per descrivere una ellissi con precisione è duopo prendersi qualche cura, così la pigrizia e l' ignoranza degli operai, e degli artisti li determina a preferire una curva, che si chiama *manico di paniere*; essa è formata di archi di cerchi accomodati pe' loro termini senza tortuosità, ed imitando la figura ovale dell' ellissi. Ma quest' ultima curva ha un contorno grazioso che manca all' altra; egli è duopo dunque in tutti i casi, accordare la preferenza alle già descritte, e particolarmente allorchè si vogliono fare delle *volte al di sopra abbassate, o elevate*; si dà questo nome a quelle volte, di cui la forma è quella dell' arco dell' ellissi, portato sull' estremità dei pilastri, o *piedi dritti*. Si chiamano in *pieno arco* le volte, che sono circolari. Ved. fig. 4 e 5 della 9 tavola.

Del resto ecco la regola per descrivere il *manico del paniere*. Descrivete come più avanti, i due assi rettangolari AB, DC fig. 28: C è il centro, CD la massima altezza, tirate le corde BD, AD, e portate CD in CF; AF sarà la differenza dei semi-assi, che voi prenderete in DO e DH. Nei punti medii K ed I di BH ed AO, alzate le perpendicolari KE, IE, che anderanno ad unirsi a un punto E dell' asse CD prolungato; questo punto E sarà il centro dell' arco del cerchio MDN; i punti d' incontro G ed L di queste ultime rette con l' asse AB saranno i centri dei due archi BM, AN, che si riuniranno assai bene con il primo MN. Intanto se la curva fosse più abbassata che CD, p. e. meno della metà AC, i tre archi del cerchio formerebbero una tortuosità pronunciata verso le loro unioni, e la curva sarebbe difettosa.

Gli altri problemi della quinta tavola, non esigendo che

*

delle descritte ellissi, delle circonferenze, e delle rette parallele o perpendicolari, non hanno bisogno di alcuna spiegazione. Noi abbiamo già indicato nella pag. 71. come si costruisce il *mappamondo,* ed il *semicerchio graduato.*

6. TAVOLA.

1, 2, e 3. Il chilogramma, la sua metà, il suo quarto, disegnati in questa tavola, si suppongono fatti in rame giallo. Bisognerà osservare, che in qualunque altra materia fossero fatti, i volumi sarebbero differenti, talchè non si può mica giudicare di un peso dal suo volume. D' altronde se questo corpo fosse concavo, il suo volume dovrebbe essere aumentato, affinchè il suo peso fosse lo stesso. V. pag. 72.

8, e 9. È una proprietà dell' ellissi, che tirando due tangenti all' estremità di un diametro, queste linee sono parallele. E se si tirasse un' altro diametro parallelo a questo, le tangenti alle due sue estremità completerebbero un parallelogrammo circoscritto.

4. a 7. Non vi è nulla da aggiungersi a ciocchè si è detto nella pag. 69.

11. e 12. Le spiegazioni date nella pag. 73. sono sufficienti per disegnare le stelle. Egli è ben inutile di aggiungere qualche cosa su questo soggetto, e su qualunque altro relativo alle altre figure della tavola, eccettuati i tre seguenti.

13, 14 e 15. *Fare un angolo di un numero di gradi disegnati. Prendiamo il semi-cerchio graduato* come sta nel commercio; e ci riuscirà facile servircene per fare degli angoli di un apertura data in ragione del loro numero di gradi. Ecco come si dovrà eseguire.

Sia proposto di tirare una linea AC, fig. 24, che faccia con la retta data AB un' angolo di 50 gradi, e cada sulla sommità A. Applicate il raggio del vostro semi-cerchio graduato, che sta numerato per 50 gradi sulla retta AB, di maniera che l' orlo esteriore AC pareggi il punto A; di poi con un lapis, con uno stiletto, o ec. tirate la retta AC, questa sarà la retta che si dimanda: si prolunga AC di tanto per quanto si giudica a proposito.

Per misurare la graduazione di un angolo dato, si pratica lo stesso processo; applicando il semi-cerchio gradua-

to, come si è detto, l'arco intercetto nell'angolo ne è la misura: è sufficiente che la sommità stia al centro, o su i due raggi AC, ed AB prolungati.

Questo processo è fondato sul riflesso che l'orlo AC rettilineo del semi-cerchio graduato è costruito precisamente parallelo al suo diametro principale.

Ristringiamo quì le dimensioni delle diverse misure di capacità, raccomandando ai maestri d'insistere sulla risoluzione dei problemi 18 a 21, durante il tempo del disegno alla tavola nera.

Il disegno geometrico delle figure di queste tre tavole è facilissimo a conseguire, poichè vi si trovano le linee pressochè rette, circolari, o ellitiche, di cui la posizione é esattamente determinata; ma si potrà servire nel disegno del seguente metodo, che conviene ad ogni sorte di curva, e specialmente a quelle che sono simmetriche in rapporto ad un asse. Si divide in un certo numero di parti eguali l'asse di simmetria, e per tutti i punti di divisione si tirano delle perpendicolari a quest' asse. Ciò fatto, si tira sulla carta una retta per rappresentare l'asse, e vi si notano le medesime divisioni, e le medesime perpendicolari; infine misurando con un compasso, sul modello, le lunghezze che hanno queste linee dall' asse fino alla curva, esse si trasportano sulle loro corrispondenze, e si hanno dei punti di questa curva. Si può allora moltiplicare il numero di questi punti, ravvicinandone le perpendicolari là dove la curvatura essendo più grande, si congiunge per ottenere più punti; unendosi quindi questi punti isolati con un tratto continuo.

Questo processo, che è di molto uso nelle arti, sarà più facile ad eseguire, allorchè avremo dato le spiegazioni contenute nella quinta sezione, di cui ciò che si è detto può essere considerato come d'introduzione.

Noi crediamo inutile dare altri dettagli per insegnare a disegnare geometricamente le figure delle tavole dell' ottava classe.

III. PROBLEMI.

PE' QUALI I CALCOLI SONO APPLICATI ALLA GEOMETRIA.

Il Disegno lineare è di utilità primitiva alle classi inferiori della società; e per servirmi di una espressione fe-

lice del Signor d' Allonville, antico Prefetto del Poyde-Dôme, *è il compimento dei sensi del povero.* Nelle scuole dirette precisamente all' istruzione elementare, da che il calcolo, e la conoscenza delle figure di Geometria ne sono divenute parti necessarie, conviene che queste conoscenze non sieno sterili per coloro che le hanno acquistate. Egli è facile di riuuire insieme due ordini d' insegnamenti così importanti, e che hanno tant'analogia tra loro. Gli artigiani debbono essere messo in istato di poter misurare da per loro stessi l' estensione dei risultamenti del loro travaglio, sotto qualunque forma essi l' abbiano eseguito; di fare essi stessi le loro note; di comporre le loro memorie; di calcolare il prezzo e le quantità dei materiali necessarii alle intraprese, in una parola di fare tutte le valutazioni relative alle arti ch' essi esercitano.

Dietro tali considerazioni, noi riuniremo in un corpo di dottrina le conoscenze semplici della Geometria, e del calcolo; esporremo la serie delle regole e de'problemi più frequenti, e vi uniremo degli esempi numerici per fare concepire l'applicazione di questi principii. I maestri copieranno queste regole, per farle quindi copiare ed apprendere agli allievi più esercitati nel calcolo; sarà per essi un esercizio utile che dovranno fare nella classe d' aritmetica, e questa specie di travaglio, non solo occuperà piacevolmente i fanciulli, ma toglierà benanche l' aridità naturale al calcolo, di cui non si vede il fine, presentandone uno che è manifestamente utile.

Queste regole, che si faranno copiare dai fanciulli sotto la dettatura, sono stampate in caratteri italici, e sotto la forma più concisa; ma a ciascuna un esempio numerico ne mostra bentosto l'applicazione. Il maestro dovrà fare eseguire questi esempi, e variarli all' infinito, prendendo per elementi differenti numeri a suo piacere. Questi piccoli problemi saranno scritti a mano dall'istitutore in quei termini medesimi, ne' quali sono qui enunciati; ma non si deve sperare che gli allievi li comprenderanno, e sapranno tirarne partito pe' loro usi, se non quando ciascun problema sarà loro stato presentato più e più volte nei medesimi termini, variandone solamente i valori numerici che vi sono compresi. Sarà cura del maestro variare molto queste quantità. Egli dovrà dunque sostituire altri numeri a quelli che hanno servito di esempi nel libro. La

scelta di queste novelle quantità è assolutamente arbitraria, ed i primi numeri sono così buoni come gli altri, purchè non esprimono dimensioni troppo grandi, o troppo piccole. Per esempio sarebbe ridicolo di dare ad una muraglia mille metri di altezza, ad una camera un decimetro di larghezza, ec. ec.

È spiacevole che l'insegnamento dell' Aritmetica sia così limitato nelle scuole: se fosse stato più esteso, molti curiosi ed utili problemi avrei potuto qui presentare, come sono le linee proporzionali, le radici quadrate ec. ec. Ma comecchè non è questo il luogo di riformare questa parte dell' istruzione elementare, perciò ho dovuto limitarmi ai soli problemi che possono risolversi colla pratica delle quattro regole, ciocchè ha molto ristretto l' utilità di questa parte del mio travaglio. Sia qualunque però, io spero ch' esso compierà intanto il fine che mi ho proposto: ho parlato di questo difetto, solo per non dare motivo a farmesene rimprovero, e per invitare quei che si occupano dell' insegnamento del calcolo a rendere più estesa l' ordinaria istruzione.

Prima di spingerci più oltre richiamiamo brevemente a memoria le denominazioni delle misure, la maniera di esprimere le loro suddivisioni in cifre, e l'andamento del calcolo.

Vi sono cinque specie di misure; l'unità di lunghezza, dicesi *metro*; quella di superficie *ara*, quadrato il lato di cui ha dieci metri; l' unità di volume, dicesi *stero* o metro cubo; quella di capacità, dicesi *litro*, o il cubo che à un decimetro per lato; infine l' unità di peso, dicesi *gramma*.

Per denominare i moltiplici di queste unità, si pongono innanzi a questi diversi nomi le seguenti aggiunzioni.

Miria, *diecimila*; Chilio, *mille*; Etto, *cento*; Deca, *dieci*.

Così un Chilogramma corrisponde a mille grammi; un Ettolitro a cento litri; ec.

Quanto alle suddivisioni vengono indicate per

Milli, *mille*; Centi, *cento*; Deci, *dieci*.

Un centimetro, per esempio, è la centesima parte del metro; il decimetro è la decima del metro; il decilitro, la decima del litro ec.

Questi pochi vocaboli sono sufficienti per denominare tutte le misure; esse si suddividono, come si vede, di dieci in dieci: il miriogramma vale dieci Chilogrammi;

il Chilogramma, dieci ettogrammi; l' ettogramma, dieci decagrammi, ec.

Onde scrivere i numeri, si pone una virgola alla dritta della cifra delle unità intere, che si sono scelte per misura; questa virgola separa le frazioni verso la dritta, per esempio, per 43 metri, parte intera, e 57 centimetri, scrivesi metri 43, 57, ovvero 43m, 57; la frazione decimale o, 57 equivale a 5 decimetri, e 7 centimetri. Supponiamo di scrivere Chilometri 43, 57; ovvero 43ch., 57, si vuole esprimere 43 chilometri intieri e 57 centesimi del chilometro, cioè 5 ettometri, e 7 decametri. Siccome quest' ultimo modo di enunciare i numeri, chiamando ciascuna cifra divisa dalle altre è difficile, si preferisce sempre la precedente. Così si faranno due sole parti ne'numeri, la prima che contenga la parte intera, che sta a sinistra della virgola; l' altra che la segue è frazionària; poi si denominerà ciascuna parte separatamente. Le quantità metri 12, 25; ettolitri 42, 54; metri 123,425; franc: 8. 75 saranno lette così; 12 metri e 25 centimetri; 42 ettolitri e 54 litri; 123 metri e 42 millimetri; 8 franchi e 75 centesimi.

Il sito occupato dalla virgola è di una grande importanza. Se io ho metri 15, 34; ovvero 15 metri e 34 centesimi (34 centimetri), io potrò a mio piacere scrivere decimetri 153, 4; 153 decimetri e 4 centimetri; ovvero 1534 centimetri. Spostando così la virgola, si rende il numero dieci volte o cento volte più grande; ma l' unità che ho adoperato essendo dieci o cento volte minore, il linguaggio, e la scrittura sono cambiati, senza che la grandezza abbia sofferta alterazione.

Similmente litri 543, 27 equivalgono ad ettolitri 5,4327, o decalitri 54, 327 ec.

Il maestro deve essere esercitato a riconoscere un numero sotto queste diverse denominazioni, ma non è necessario che spieghi queste modificazioni agli allievi; costoro l' apprenderanno con la pratica. Solo i discepoli più intelligenti sono capaci di ricevere queste spiegazioni, che l'esercizio d' altronde rende ordinariamente inutile.

Per le addizioni, e le sottrazioni le parti della medesima specie debbono essere ordinate in una stessa colonna; il calcolo si fa giusto il consueto, come se non vi fossero delle *frazioni decimali*; questa virgola si pone quindi nel

prodotto col medesimo ordine, e nella colonna delle virgole. I seguenti esempj mostrano l' uso di questa regola.

Addizioni		*Sottrazioni*	
432, 1784	4, 5	324, 15	31, 4
17, 231	17, 29	187, 3	19, 28
9, 4	104, 021	———	———
83, 512	0, 7	136, 85	12, 12
7, 0	———		
———	126, 511		
549, 3214			

Per meglio conoscere il sito di ciascuna cifra è necessario mettere dei zeri ai siti vacanti, affinchè i numeri abbiano tutti altrettante cifre dopo la virgola. Questi zeri aggiunti non producono alcun valore nell' addizione, ma solo presentano una facilità nel disporla: egli è ben evidente che essi non alterano affatto la grandezza dei numeri; perchè, per esempio 4 decimetri essendo la stessa cosa che 40 centimetri, si può rimpiazzare metri 31, 4 con 31m, 40 quest'ultimo numero può dunque tener luogo dell' altro nella quarta regola. Appartiene al resto quello che si è fatto osservare precedentemente.

In quanto alla moltiplicazione, essa si fa sempre come se non vi fosse virgola; ma vi si pone nel prodotto, in modo da separare a dritta altrettante cifre, quanti decimali vi sono tanto al moltiplicando, che al moltiplicatore.

Per moltiplicare 4, 37 per 2, 3, opero come se avessi 437 e 23, ciò che dà di prodotto 10051: io conto due decimali nell' uno de' numeri proposti, ed uno nell'altro, 3 in tutto; separo dunque tre cifre nel risultato; il prodotto domandato è 10, 051.

4,37	54,231	183,2
2,3	17	0,24
———	———	———
1311	379617	7328
874	54231	3664
———	———	———
10,051	921,927	43,968

Nella divisione aggiungete dei zeri alla dritta di quello de' due numeri proposti che ha minor numero di decimali, affinchè il dividendo, ed il divisore si trovino di averne un egual numero : supprimete la virgola, e dividete secondo il solito. Ottenuti che avrete gl' interi del quoziente, segnate la virgola, e resteranno a trovarsi le frazioni decimali : mettete un zero alla dritta del residuo, e dividete di nuovo, così avrete la prima cifra dopo la virgola. Ponete un'altro zero al residuo seguente, e dividete, ed avrete la seconda cifra decimale, ec. In una parola *si fa come se si calasse dal dividendo un zero vicino a ciascun residuo.*

Onde dividere 10, 051 per 4, 37, io scrivo 4, 370, e divido 10051 per 4370, come si vede qui sotto.

```
10051 { 4370          154,3 { 21,2
 8740 } ----          1484  } ----
----- {  2,3          ----- {  7,27
13110                  590
13110                  424
-----                  ---
resto 0               1660
                      1484
                       176 ec.
                      -----
```

Quando si saranno ottenute nel quoziente due o tre cifre decimali, per lo più si cessa : sarebbe inutile di portare più avanti il calcolo, atteso che le parti sarebbero troppo piccole, perchè il loro valore potesse avere qualche importanza ; come si vede nel secondo esempio.

Passiamo ora alle applicazioni di questi principii.

L. SOPRA LE LINEE.

Problema. *Essendo dato il lato di un quadrato, trovare la lunghezza della diagonale ?*

Moltiplicate la lunghezza del lato dato per 1, 414 : il prodotto esprimerà quello della diagonale.

1 *Esempio*. Il lato BC (fig. 11. tav. 2) è di 4^{m} 23
moltiplicate per 1, 414

```
   1692
  423
 1692
423
```

La diagonale AC è 5,98122

ovvero 5 metri, e 98 centimetri, senza tener conto de' millimetri, come si è fatto pel lato 4^{m}, 23.

Nota. Il moltiplicatore 1, 414 non essendo che approssimativo, il prodotto non è a tutto rigore esatto, ma è sufficiente ne' bisogni delle arti. Quest' osservazione può applicarsi ai sei problemi seguenti. Si può similmente rimpiazzare sovente questo fattore con $1 \frac{5}{12}$, che gli è quasi eguale, e dà luogo ad un calcolo più facile. Così nel nostro esempio, il lato è. 4, 23

Per $\frac{4}{12}$, o $\frac{1}{3}$, si prende il terzo 1, 41

Per $\frac{1}{12}$ si prende il quarto dell' ultimo numero. 0, 35

La diagonale è . . . 5, 99

Prodotto che non differisce dal precedente, che di un centimetro.

Avvertite che il problema ora risoluto è assolutamente lo stesso che i due seguenti.

1. *Essendo dato il lato di un quadrato, trovare la lunghezza del diametro del cerchio circoscritto.* Questo diametro è 5m, 98, quando il lato è 4^{m}, 23; ciò può riconoscersi a vista della fig. 11, tav. 2.

2. *Raddoppiare un quadrato*, vale a dire trovare il lato di un quadrato, di cui la superficie sia il doppio di quella di un quadrato dato. Si sa che la diagonale AC di quest' ultimo è il lato del quadrato, di cui la superficie è doppia. Infatti AC che è il lato di un quadrato doppio di ABCD, è nello stesso tempo la diagonale di questo quadrato. Un quadrato avendo 4^{m}, 23 per suo lato, quello che ha 5.m, 98 ha una superficie doppia. V. fig. 5 della terza tavola.

Così noi otteniamo numericamente le soluzioni dei problemi trattati con delle costruzioni, pag. 61 e 53.

2. *Esempio*. Qual' è il diametro della circonferenza, nella quale si potrà situare un quadrato di decimetri 3,15 di lato?

Il lato è di . .	3, 15
Il terzo	1, 05
Il quarto . . .	0, 26
Il diametro domandato è 4 decimetri 46cm.	4, 46

Problema. ***Trovare il lato di un quadrato, essendo dato la sua diagonale?***

Moltiplicate la diagonale per 0, 707.

1. *Esempio*. Qual' è il lato del quadrato che si può inscrivere in un cerchio, di cui il diametro è 3m, 84

Moltiplicate per. 0, 707

2688
2688

Il lato del quadrato inscritto . . 2,71488

ovvero presso a poco 2 metri 71 centimetri.

2. *Esempio*. Qual' è il lato del quadrato, di cui la superficie è metà di quella del quadrato di . . 15m, 19

Moltiplicate per 0, 707

10633
10633

Il lato del quadrato 10, 73933

ovvero presso a poco 10 metri, 74 centimetri.

Il problema che ora abbiamo risoluto è l' inverso del precedente, e noi diamo le soluzioni numeriche delle quistioni risolute graficamente, num. 14, pag. 62, e num. 6, pag. 53.

Problema. ***Dividere una circonferenza data in cinque archi eguali*** (ciascuno di 72 gradi) ***ciò si riduce a trovare il lato del pentagono regolare inscritto?*** (Vedete num. 23, pag. 64.)

Moltiplicate il diametro del cerchio per 0, 5878, ed il prodotto sarà la lunghezza del lato domandato.

Esempio. Si vuole inscrivere un pentagono regolare in un cerchio, di cui il diametro è 3m, 15
Moltiplicate per . . . 0, 5878

2520
2205
2520
1575

1, 851570

ovvero à circa 1 metro 85 centimetri; quest' è la corda dell' arco di 72 gradi.

PROBLEMA. *Inscrivere un ottagono regolare in un cerchio?*

Moltiplicate il diametro per 0, 3827, ed il prodotto sarà il lato dell' ottagono domandato (ovvero la corda di 45 gradi)

Esempio. Il diametro del cerchio essendo . 5m, 19
Moltiplicate per 0, 3827

3633
1038
4152
1557

Il lato dell' ottagono è . . . 1, 986213
presso a poco 1 metro 99 centimetri (1).

PROBLEMA. *Trovare un lato di un triangolo rettangolo, cònoscendo gli altri due lati?*

Questa quistione è stata risoluta graficamente, pag. 53.

Moltiplicare per se stesso ciascuno dei numeri che esprimono i lati dati: unite questi due prodotti, se volete ottenere il gran lato del triangolo; diminuite, se volete uno de' piccoli lati. Ciò fatto voi otterrete il medesimo risultato come se aveste moltiplicato per se stesso

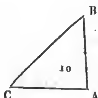
---

(1) Il moltiplicatore del diametro pel poligono regolare di
3 lati (triangolo equilatero) è 0,8660
10 lati 0,3090
12 lati 0,2588
Ciascun poligono regolare inscritto dà luogo ad un calcolo di questo genere, che d' altronde non porta ad altro, che ad un risultato approssimativo, come si è già detto. Questi esempii bastano all' oggetto che noi abbiamo in vista.

il lato incognito ; così è duopo cercare un numero , il quale mol.iplicato per se stesso , dia il risultato ottenuto.

1. Esempio. I piccoli lati di un triangolo rettangolo A BC sono, l' uno AB, di 3 metri, l' altro AC, di 4; trovare il grande lato BC?

3 volte 3 fanno	9	siccome 5 volte 5 fanno 25,
4 volte 4 fanno	16	Il grande lato BC ha 5 metri.
uniti fanno	25	



L'operazione Aritmetica con la quale si trova un numero che moltiplicato per se stesso dà un prodotto conosciuto, dicesi *la radice quadrata* di questo prodotto. Abbiamo un metodo sicuro per trovare questa radice : se gli allievi lo conoscono, il che è possibile, lo metteranno in pratica ; altrimenti eglino si limiteranno a sperimentare successivamente diversi numeri , ed a vedere se moltiplicato per se stesso ciascun numero in particolare , non si trova troppo grande , o troppo piccolo per riprodurre il numero dato. Questi tentativi avranno almeno il vantaggio d'esercitare i fanciulli a fare delle moltiplicazioni.

2. Esempio. In un rettangolo ABCD si trova la base AB di 8m, 54: l'altezza AC è incognita ; ma si è misurata la diagonale BC , e si è trovata di 15m, 32: si dimanda l' altezza AC? Vale a dire che si cerchi un piccolo lato AC di un triangolo rettangolo ABC.

8, 54	15, 32	sottraete	234, 7024
8, 54	15, 32		72, 9316
3416	3064		161, 7708
4270	4596		
6832	7660		
	1532		
72, 9316	234, 7024		

12 bis

C D A B

Resta a trovare un numero che moltiplicato per se stesso dia 161, 771, limitaudosi ai millimetri. Alcuni tentativi faranno trovare per lo meno circa 12,719, siccome potremo convincercene, moltiplicando questo numero per se stesso. L' altezza AC è 12, 719.

3. *Esempio.* Trovare l' altezza AB d' un triangolo isoscele BCD, di cui la base CD è di 52 centimetri, ed i lati eguali BC, BD di 87? La perpendicolare AB tirata dal vertice, divide la base CD per metà. Questa metà è un piccolo lato del triangolo rettangolo ABC.

Semi-base AC 26.	Il grande lato BC 87		7569
26	87	Sottraggo	676
156	609		6893
52	696		
676	7569		

B

18

C A D

Alcuni tentativi fanno conoscere che l'altezza domandata AB è di circa 83 centimetri, perchè 83 volte 83 fanno 6889.

Problema. *Trovare la circonferenza di un cerchio spiegata in linea retta?*

Moltiplicate il diametro per 3, ed aggiungete la settima parte; il prodotto sarà ad un dipresso la circonferenza.

Esempio. Il diametro di un cerchio è di 3m, 523 (1).

	4, 523
	$3\frac{1}{7}$
Moltiplico per 3	13, 569
Prendo il settimo di 4,523 . . .	646
	14, 215

La circonferenza ha 14 metri e 215 millimetri di grandezza.

Esempio. La lunghezza di un bacino è 5 decimetri, quale nè il contorno? 3 volte 5, 5 fanno 16, 5; il 7mo. di 5, 5 è 0,786; il contorno adunque è di 17m, 286.

Problema. *Trovare il raggio, conoscendo la circonferenza?*

Moltiplicate la circonferenza per 0,159, ed avrete il raggio.

Esempio. Per trovare la spesezza di una colonna, si deve misurare il suo contorno coll' ajuto di un filo; si troverà di 2m, 542. Il calcolo dà 0m, 404, o 404 millimetri di raggio.

Si separano 6 cifre a dritta, perchè ve ne sono 3 in ciascun numero dato: il doppio 808 millimetri è il diametro della colonna.

	2,542
Io moltiplico per. .	0,159
	42878
	12710
	2542
Raggio	0,404178

(1) Quando i calcoli debbono essere precisi non deve per 3 ed $\frac{1}{7}$ moltiplicarsi il diametro, ma per 3,1416, oppure con maggiore esattezza per 3,14159; nè con tutto ciò il risultamento è a rigore esatto; ma l' approssimazione è più che sufficiente ai bisogni delle arti, e dobbiamo contentarci il più delle volte del moltiplicatore 3 ed $\frac{1}{7}$. Così invece di 0, 159 si potrà prendere il numero più approssimativo 0,15916.

PROBLEMA. *Trovare la lunghezza di un arco di cerchio, di cui il raggio ed il numero dei gradi sono conosciuti?*

Moltiplicate il numero dei gradi per la centesima parte del raggio, aggiungete a questo prodotto la sua settima parte, e le sue $\frac{6}{10}$, la somma di questi tre risultati sarà ad un dipresso la lunghezza dell' arco (1).

1. *Esempio.* Qual'è la lunghezza di un arco di 60 gradi, essendo il raggio di 4 metri? Moltiplico 60 per 0,04 ed ho per prodotto 2m, 40

Moltiplicando per 0, 6.	1, 44
Prendendo la settima parte di 2,4.	0, 34
La lunghezza dell' arco è. . . .	4m,18

2. *Esempio.* L' arco è di 66° 45' ovvero 66°,75
Il raggio è di 23 metri. 0,23

	20025
	13350
	15,3525
Le 0,6	9,2115
La settima parte di 15,3525	2,1932
L' arco ha circa 26m, 75 centimetri	26, 7572

II. DELLE SUPERFICIE.

PROBLEMA. *Trovare la superficie d'un paralellogrammo?*

La superficie di un paralellogrammo, o di un rettangolo si ottiene moltiplicando la base per l'altezza: quella di un quadrato, moltiplicando un lato per se stesso.

La base e l' altezza debbono essere espresse in misure della medesima specie; per esempio, in metri, o decimetri. Allorchè si vuole valutare una superficie, si cerca quante

---

(1) Con maggiore esattezza. Moltiplicate il numero dei gradi dell' arco pel raggio, e pel numero di 0,01745. Applicando questa regola al secondo esempio precedente, si trovano 26, 79 centimentri, risultato che differisce poco da quello del testo.

volte essa contiene un quadrato, di cui il lato ha per lunghezza quella di una unità convenuta, come quella di un metro, o d' un decimetro ec. La moltiplicazione fatta indica quanti di questi quadrati contiene la superficie. Per esempio se l' unità di linea è il decimetro, il risultato del calcolo indica quanti *decimetri quadrati* contiene la superficie.

È necessario conoscere che il metro quadrato contiene 100 decimetri quadrati, e che ciascuno di questi decimetri contiene 100 centimetri quadrati; in conseguenza, se l'unità lineare è il metro, il risultato della moltiplicazione indica quanti metri quadrati contiene la superficie; retrocedendo di *due posti* la virgola verso la dritta; si ha il numero di decimetri quadrati, ed ancora di due posti a dritta si ha il numero di centimetri quadrati contenuti nella superficie del parallelogrammo proposto. Segue ciò da che lo scostamento della virgola torna a moltiplicare il numero per 100 in un caso, per 10000 nell' altro.

1. *Esempio*. Un rettangolo ABCD (ved. la fig 12, pagina 111.) ha 2m, 24 di base AB, e 4m, 31 di altezza AC; qual' è la superficie? Si moltiplicano questi due numeri, e si separano 4 cifre nel prodotto, perchè ve ne sono due in ciascuno numero dato. La superficie contiene dunque 9 metri quadrati, ed i 65 centesimi di uno di questi quadrati, vale a dire 65 decimetri quadrati, ed ancora 44 centesimi di questi ultimi; oppure 44 centimetri quadrati.

2,24
4,31
224
672
896
9,6544

2 *Esempio*. Un canale ha metri 154, 6 di lunghezza, sopra metri 75, 3 di larghezza, si domanda quante are comprende la sua superficie?

Si trova 11641 metri quadrati e 38 centesimi; ma l' ara essendo un quadrato di dieci metri di lato, contiene 100 metri quadrati; dunque per esprimere il prodotto in are, fa duopo retrocedere la virgola due posti a sinistra, cioè 116, 4138; quindi il canale ha 116 are e 41 centesimi di are (non tenendo conto dei 38 dieci millesi-

154,6
75,3
4638
7730
10822
11641,38

mi), ovvero se si vuole 1 ettare 16 are 41 centiare, poichè l' ettare vale 100 are.

3. *Esempio.* Un bosco ha la forma rettangolare di 2023 metri di lunghezza sopra 1145 di larghezza; si domanda quale n'è l' estensione? Il prodotto della moltiplicazione di questi due numeri è di 2316335 metri quadrati, o 23163 are e 35 centiare; o infine 231 ettare, 63 are, e 35 centiare.

Problema. *La superficie di un prisma retto, senza comprendervi le due basi, si trova moltiplicando l' altezza pel contorno della base* (Ved. la fig. 21 pagina 52) Ciò segue dal perchè tutte le facce laterali del corpo sono rettangoli, per cui rientra nella regola precedente.

1. *Esempio.* Si vogliono intonacare i muri esteriori dell' anzidetto bosco. Questi muri hanno metri 2, 3 di altezza; quanti metri di superficie essi presenteranno? Il bosco forma un pararellepipedo di 2023 metri di lunghezza sopra 1145 di larghezza, e metri 2, 3 di altezza. Io raddoppio i due primi numeri, e li unisco per avere la lunghezza distesa del muro; trovo 6336 metri di contorno, che moltiplicati per 2, 3 formano metri quadrati 14572,8 (1).

2. *Esempio.* Si vuole distendere una stoffa per i muri di una Camera, di cui il contorno è di 24^m, 7; l' altezza della superficie da ricovrirsi è 3^m, 1; la stoffa ha 1^m, 5 di larghezza; si domanda quanta ve ne bisogna di lunghezza? Valuto subito l' estensione superficiale che si vuole covrire, moltiplicandone la base 24^m, 7, per l' altezza 3^m, 1; trovo metri quadrati 76, 57. È necessario che questa stoffa abbia una lunghezza che moltiplicata per 1^m, 5 dia questo medesimo risultamento; divido dunque 76, 57

---

(1) Accadendo che un muro sia elevato sù di un terreno in pendio, la sua superficie è ancora il prodotto della sua lunghezza per la sua altezza; ma quest' altezza si prende secondo la perpendicolare al pendio, e non più verticalmente. Il prezzo dell' intonaco varia secondo le località, e la natura de' materiali: è facile conoscere il valore di un simile travaglio, moltiplicando l' estensione superficiale, espressa in metri quadrati, pel prezzo convenuto per intonacare la superficie di uno di questi metri.

per 1 , 5 (Ved. pag. 107) e trovo 51 , 04 , vale a dire che vi bisogna un poco più di 51 metri di lunghezza per covrire l' appartamento con la stoffa , di cui è parola. Ecco il dettaglio dei calcoli :

24,7 3,1 ——— 247 741 ——— 76,57	7657 } 150 157 } ——— 700 } 51,04 100

Volendosi covrire i muri con carta di paramento , basterebbe conoscere ciocchè si chiama ordinariamente un *rollo* (24 fogli uniti insieme, formando 9 metri di lunghezza , ed un mezzo metro di larghezza) è sufficiente per covrire circa metri quadrati $4\ ^1/_2$. Vi occorrono dunque 17 rolli per covrire i muri della camera indicata , non calcolando i fregi.

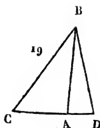
Se il prisma è obbliquo , la sua superficie si valuta , prendendo que la di tutti i parallelogrammi che la formano.

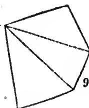
Problema. *Trovare la superficie di un triangolo ?*

Moltplicate la base per l'altezza , e prendete la metà. (Si può così prendere la metà della base , o quella dell' altezza, prima di fare la moltiplicazione).

Si vede che un triangolo è sempre la metà di un parallelogrammo , il quale ha la medesima base , e la medesima altezza. (Ved. pag. 57).

1. *Esempio.* Si domanda l' estensione di un campo triangolare BCD , di cui un lato CD preso per base ha 154 metri di lunghezza , e di cui la perpendicolare AB, tirata sopra questo lato dal vertice B dell' angolo opposto è di 83 metri. Moltiplico 77 , metà di 154 per 83 , ed ho la superficie richiesta 6391 metri quadrati , o 63 are e 91 centiare.





La superficie di un poligono, quella di una piramide, si valutano decomponendo per le diagonali, la figura in triangoli (come nella fig. 9), e prendendo separatamente la superficie dei triangoli componenti.

2. *Esempio.* (Ved. fig. 9, tav. I.) un cortile irregolare ha la forma di un quadrilatero ABCD ; per trovarne la superficie misuro una delle diagonali AC, che io trovo di 129m, 7 : dagli angoli B, D, opposti a questa linea, abbasso le perpendicolari BE, DF sopra la sua direzione : trovo l'una di 52, 5, l'altra di 41m, 8. Considero il cortile come formato di due triangoli, ABC, ADC, di cui bisogna valutare separatamente le superficie

Primo triang. ABC 129,7	Secondo triangolo ACD 129,7
Sopra. 52,5	Sopra 41,8

Bisognerà fare due moltiplicazioni, ma io ho più prontamente operato, aggiungendo le due altezze 52, 5, e 41, 8; il che danno 94, 3, di cui la metà 47, 15 deve essere moltiplicata per 129, 7; e trovo metri quadrati 6115, 355, o 61 are 15 centiare.

Se il poligono, di cui si vuole trovare la superficie è regolare, si tirano dal centro delle linee a due degli angoli vicini, e si valuta la superficie del triangolo così formato ; si ripete quindi il risultato altrettante volte per quanti sono i lati. Ciò avviene dal perchè la superficie è formata di una seguela di triangoli eguali. Ved. le fig. 20 e 21, pag. 67.

3. *Esempio.* Un bacino esagono ha per lato 3m, 34, la sua larghezza, dal mezzo di un lato al mezzo opposto, è di 2m, 88 : l'uno de' triangoli ha dunqne per altezza 1m, 44, e per superficie il prodotto di 0, 72 per 3, 34,

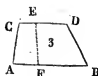
o 2,4048: io ripeto 6 volte, ed ho metri quadrati 14, 4288; vale a dire 14 metri quadrati, 42 decimetri quadrati, ed 88 centimetri quadrati.

Problema. *Trovare la superficie di un trapezio* ABCD?

Prendete la metà della somma de' due lati AB, CD *parallele*, o (ciocchè vale lo stesso) *la parallela tirata ad eguale distanza da queste linee, e moltiplicata per l'altezza* EF.

Esempio Un tetto ha la figura di un trapezio, di cui i lati paralleli sono di 44m, 7, e 33m, 5; l'altezza di questo trapezio (misurato sopra il tetto nella direzione del pendio, e perpendicolarmente ai due lati precedenti) è di 9m, 4; qual'è la superficie?

	44,7	39,1
	33,5	9,4
Somma. . . .	78,2	1564
Metà.	39,1	3519
		367,54



Si trovano 367 metri quadrati, e 54 decimetri quadrati.

Se, per esempio, si domanda quante tegole sono necessarie per covrire questo tetto, basta conoscere che sono necessarie circa 70 tegole per ciascun metro quadrato, essendo esse di piccola forma (26 centimetri sopra 16). Ripetendo 70 volte 367, 54 trovasi che vi abbisognano 25728 tegole (1). Di quelle di forma grande (22 centimetri sopra 35) non vi occorrono che solo 36 tegole per ogni metro quadrato, oppure la metà di meno. Non si lascia scoverto che il terzo di ciascuna tegola (il che dicesi dai francesi *pureau*); il resto è ricoverto dalla tegola soprapposta.

Problema. *Trovare la superficie di un cerchio?*

(1) Facciamo qui astrazione da ciò che è in uso di aggiungere alle dimensioni reali. Così si calcolano 3 decimetri di più per ciascuna parte dove termina un tetto; che le finistrelle si calcolano a parte, essendo d'altronde il tetto del tutto valutato ec. Non è qui luogo di rassegnare questi usi, che sono conosciutissimi dagli operai; le dimensioni della copertura de' tetti sono accresciute d'altrettante, ma la forma del calcolo resta la medesima.

Moltiplicate il raggio per se stesso, e quindi il prodotto per 3 e $\frac{1}{7}$, ed avrete la superficie del cerchio (1).

1. *Esempio*. Un bacino circolare ha metri 8, 3 di raggio; 8, 3 moltiplicato per 8, 3 danno 68, 89; triplicando, ed aggiungendo il settimo, danno 216 metri quadrati, e 51 decimetri quadrati (incirca metri quadrati 216 $\frac{1}{2}$).	68,89 $\quad$ $3\frac{1}{7}$ 206,67 9,84 216,51

2. *Esempio*. Si è misurato il contorno di un bacino, e si è trovato di 28m, 5; se ne conchiude (pagina 112.) che il raggio è 4m, 53 moltiplicando 4m, 53 per se stesso, o trovo 20, 52 che ripetuto 3 volte ed $\frac{1}{7}$, dà 64,49, o 64 metri quadrati, e 49 decimetri quadrati.

(1) Questo calcolo non è che approssimativo, e siccome si è detto nella nota, pag. 112, bisogna invece di $3\frac{1}{7}$, prendere il fattore 3,14159. Del resto la regola seguente è comodissima a praticarsi.

Per avere la superficie di un cerchio, moltiplicate il diametro per se stesso, e prendete $\frac{11}{14}$ *del prodotto.* Nella pratica si decompone $\frac{11}{14}$ in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{28}$; vale a dire che si prende la metà del prodotto, poi la metà di questo risultato, infine il settimo di quest' ultimo numero. Vi si aggiungono poi queste tre parti.

Così il diametro essendo supposto di 16m,6 di cui il quadrato è 275,56

La metà è	137,78
La metà di 137, 78 è	68,89
Il settimo di 68, 89 è	9,84
La superficie del cerchio è	216,51

ovvero 216 metri quadrati e 51 decimetri quadrati, come qui sopra.

Problema. *Trovare la superficie di un cilindro retto?*

Moltiplicate il contorno della base per l'altezza. Siccome la base è un cerchio, conoscendo il raggio, si può facilmente trovare la circonferenza (pag. 112).

Esempio. Un pittore ha dipinto una sala circolare; i muri hanno metri 3,4 di altezza, il diametro della sala è di metri 5,42; quanti metri quadrati ha egli dipinto? Moltiplicando 5,42 per $3\frac{1}{7}$ (vedete pag. 112.), ho il prodotto 17,034 pel contorno della sala cilindrica: moltiplico questo risultato per l'altezza 3,4, e trovo 57, 9156, cioè: 57 metri quadrati, 91 decimetri, e 56 centimetri quadrati.

Qui non si è tenuto conto delle porte, e delle finestre, ch'egli dovrà calcolare a parte e sottrarle. Le mondanature, delle quali le opere di legname sono ornate, si valutano per *estensione:* un doppio decimetro in pergamena si piega, seguendo i varii contorni che offrono, e si ottiene in risultamento la dimensione reale del lavoro eseguito.

Si suole valutare ad 1. Kilogramma di sostanza la quantità di pittura, di qualunque siasi natura, che per ciascuna mano può covrire 8 metri quadrati di muraglia, di porte d'appartamento, di bussole....., ma questa proporzione è assai comune, e varia secondo la natura dei corpi che si vogliono pittare. È dunque ben facile il conoscere quanto colore occorrerà adoperare, per dipingere una muraglia a più mani, ed a fare la nota di questa spesa.

III. DEI VOLUMI.

Problema. *Trovare il volume di un prisma o di un cilindro.* Ved. la fig. 21, pag. 52, e le fig. 13 e 14 della 4 tavola della 6 classe.

Moltiplicate la base per l'altezza, ed avrete per prodotto il volume del corpo proposto.

Nota. Volendosi valutare il volume di un corpo, si cerca quanti cubi formati sopra di un lato preso per unità, come un metro, o un decimetro, esso rinchiude; il prodotto della moltiplicazione indicata dalla regola, è il numero de' suoi cubi. Si avrà cura di esprimere sempre le tre dimensioni alla stessa specie di misura, sia metro, sia decimetro ec, che è il lato del cubo, del pari che biso-

gnava per le superficie valutare colla medesima unità la lunghezza, e la larghezza. Abbiate presente che un metro cubo contiene 1000 decimetri cubi, in modo che se si vuole esprimere un numero di metri cubi in decimetri cubi, bisogna retro cedere la virgola di *tre posti* a dritta. Per variare questi ultimi in centimetri cubi, bisognerà benanche retrocedere la virgola di tre altri posti, per la medesima ragione.

1. *Esempio.* Un muro ha 2m, 8 di altezza, 6 decimetri di grossezza, e 104m, 5 di lunghezza: si domanda quanti metri cubici di pietre esso contiene? Moltiplico questi tre numeri, scrivendo om, 6 invece de' sei decimetri, ed ho:

2m, 8 moltiplicato per om, 6 fanno metri quadrati 1,68.
1,68 moltiplicato per 104m, 5 fanno metri cubi 175, 560.

Ho dunque 175 metri cubi e 560 decimetri cubi. Del resto la calcina, la sabia, il gesso, che possono entrare nella costruzione del muro, sono compresi in questa valutazione.

2. *Esempio.* Una catasta di legna ordinata in forma di paralellepipedo ha 22m, 3 di larghezza, 54m, 8 di altezza, 371m, di lunghezza, quanti steri, o metri cubi essa contiene?

Moltiplico questi tre numeri, e trovo 45337 metri cubi, e 684 decimetri cubi.

3. *Esempio.* Una caldaja quasi cilindrica, ha 8m, 3 decimetri di profondità, 13 decimetri di larghezza, si cerca la sua capacità. Il raggio è decimetri 6, 5, moltiplicando 6, 5 per 6, 5, ed inseguito per $3\frac{1}{7}$, trovo per la superficie del cerchio della base decimetri quadrati 132, 786 (Ved. pag. 118); moltiplicando infine per la profondità 8, 3, trovo per la capacità cercata decimetri cubi 1102, 124, vale a dire (1102 litri) che approssimativamente corrispondono ad 11 ettolitri.

4. *Esempio.* Il mattone di terra cotta ha centimetri di lunghezza 22, e 5 di spessezza, il prodotto di questi tre numeri è di circa 1210 centimetri cubi, che è il volume di un mattone. Il metro cubo contiene 1000000 di centimetri. Così dividendo per 1210, si vede che il metro cubo

contiene circa 826 mattoni. Si cerca quanti mattoni bisognano per costruire un muro di 300 metri di lunghezza, 2m, 2 di altezza, e decimetri 3,6 di grossessa. Moltiplicando questi tre numeri (l' ultimo essendo om, 36), si trova che il volume del muro è di metri cubi 237,6; moltiplicando per 826 formano 196258, che è il numero dei mattoni. Del resto il gesso interposto per formare le congiunture, diminuisce questa quantità. Questi calcoli non sono che approssimativi.

5. *Esempio*. Un pozzo ha 6m, 9 di profondità, 1m, 2 di diametro, si vuol dare 4 decimetri di grossezza al muro, si domanda quante pietre vi occorrono per questa costruzione? Calcolo il pozzo come se dovesse essere una fabbrica piena, cioè che faccia un cilindro, di cui il raggio è di 6 decimetri, più 4, vale a dire un metro: quindi ne tolgo la parte vôta che forma un' altro cilindro di 6 decimetri di raggio.

1. *Cilindro*. 1m, moltiplicato per 1, e per $3\frac{1}{7}$ danno metri quadrati 3,14 pel cerchio della base, che bisognerà moltiplicare per l'altezza 6m, 9... metri quadrati 3,14

2. *Cilindro*. om, 6 moltiplicato per o, 6, e per $3\frac{1}{7}$ dà per cerchio della base 1,13

Sottratti, ottengo in residuo metri quadrati. 2,01

Rimane da moltiplicarsi per 6m, 9 (la moltiplicazione potendo indifferentemente farsi prima o dopo la sottrazione), e trovo per prodotto 13m, 869, circa 14 metri cubi.

Problema. *Stazare una botte.*

Misurate i diametri del fondo, e dell' imposta: prendete 3 volte il più piccolo, e 5 volte il più grande; uniteli, e fate il quadrato di questa somma; moltiplicate questo quadrato per la lunghezza della botte; infine dividete per 81, vale a dire prendete il nono del nono; il quoziente sarà la capacità del vaso.

Tutte le misure debbono essere prese nell' interno della botte (altrimenti la grossezza del legno sarebbe compresa nel volume); esprimendo queste tre dimensioni in decimetri, e frazioni, il risultato sarà il numero di litri contenuti nella botte. Nella divisione, si trascureranno le frazioni.

Esempio. Una botte ha 61 centimetri di profondità al. l' imposta, e 56 alla base; la lunghezza è 93 centimetri; le dimensioni in decimetri sono 6,1, 5,6, e 9,3.

Tre volte 5,6 . . 16,8
Cinque volte 6,1. . 30,5

Somma . . . . 47,3 di cui il quadrato è 2237,29
ovvero moltiplicato per 9,3

671187
2013561

20806,797
La nona parte. . 2312
La nona parte. . . 257

Così la botte contiene presso a poco 257 litri.

Problema. *Trovare il volume di una piramide, o di un cono*. Ved. fig. 12, e 13 della 3 tavola, e fig. 12 della 5 tavola.

Moltiplicate la base per l' altezza, e prendete il terzo del prodotto.

Esempio. Un pane di zuccaro ha decimetri 2,4 di larghezza alla sua base, e decimetri 4,1 d' altezza; quale ne sarà il volume? Il cerchio della base ha per superficie (pagina 118) 1,2 moltiplicato per 1,2 e per $3\frac{1}{7}$: il prodotto è decimetri quadrati 4, 527, per valore di questa superficie. Questo cerchio deve essere moltiplicato per 4,1, e si trovano 18,561 : il terzo presenta per volume del cono 6 decimetri cubi, e 187 centimetri cubi.

Problema. *Trovare il volume di un tronco di cono a basi parallele?*

1.° Moltiplicate per se stesso ciascun raggio delle due basi, e moltiplicateli tra loro; 2.° Unite questi tre prodotti; 3.° Moltiplicate la somma per l' altezza; *ed aggiungete a questo prodotto il terzo della nona parte* (cioè la 27ª parte).

Esempio. Una secchia ha decimetri 2, 9 di altezza

dalla parte superiore, e decimetri 2, 3 nella parte inferiore, la profondità perpendicolare al fondo è di decimetri 3, qual' è il volume contenuto?

1, 45 moltiplicato per 1, 45 dà . .	2, 1025
1, 15 moltiplicato per 1, 15 , . .	1, 3225
1, 45 moltiplicato per 1, 15 . . .	1, 6675
Somma, omettendo i diecimillesimi, dec. cubi	5, 093
Moltiplicando per l'altezza 3, dec. quadrati	15, 279
Il nono di questo numero è 1, 698, di cui il terzo è.	0, 566
Unendo questi due numeri.	15, 845

Perlochè il volume del secchio è di 15 decimetri cubi, e 845 centimetri cubi, o circa 16 litri.

E se si vuole sapere quanti di questi secchi vi bisognano per riempire la caldaja, di cui si è trovato (pag. 121) che il volume è decimetri cubi 1012, 124 bisogna dividere questo numero per 15, 845: il quoziente 69, 55 indica che la caldaja contiene presso a poco 70 secchie.

IV. DEI PESI, E DELLE MISURE.

Noi abbiamo esposto (pag. 103) il sistema di nomenclatura dei pesi e misure, e delle loro suddivisioni decimali: ora non resta a mostrare che il modo di comporle.

Supponiamo che non si abbia il metro: bisogna essere in istato di formarsene uno; perciò daremo alcuni mezzi per procurarcelo.

1.° Disponete dall' una all'altra estremità sopra una medesima linea 27 pezzi di 5 franchi, voi avrete precisamente la lunghezza del metro (dapoichè 8 di questi pezzi così disposti fanno presso a poco 3 decimetri).

2.° Potendosi avere l' antica misura conosciuta sotto il nome di *piede*, si prenderanno 3 piedi, ed un pollice, e si avrà una lunghezza eguale al metro (presso a poco una semi-tese, o per meglio dire 11 pollici per 3 decimetri).

3.° Sospendete una palla di fucile ad un filo, la cui estremità superiore sarà fissata ad un chiodo fitto nella muraglia: scostate leggiermente la palla dalla situazione verticale, e lasciatela oscillare, senza che tocchi la muraglia. Se numerando le oscillazioni, se ne trovano 60 nella durata di un minuto, il *pendolo* avrà quasi il me-

tro per lunghezza ; calcolando dal punto di sospensione al centro della palla. Se sono più le oscillazioni, devesi allungare il filo ; ed accorciarsi se ne sono meno del bisogno ; e ciò farassi, finchè non si avrà il numero prescritto.

4.° Le nuove misure sono legate in modo fra loro, che la conoscenza dell'una, porta seco quella delle altre. Così conosciuta che si ha la lunghezza del metro, si è veduto (pagina 75) come si può trovare la larghezza e la profondità dell'ettolitro, del modio ec.; e viceversa, conosciuta una di queste misure, è facile ritrovare il metro.

Sarà questo un esercizio utilissimo per calcolare i volumi dei cilindri, che compongono le misure di capacità, partendo dalle loro dimensioni date (pag. 75), e dalla regola (pag. 120), effettuendone il calcolo dietro queste basi, si troverà che

L' ettolitro vale 100 litri o decimetri cubi.
Il semi-ettolitro. 50
Il decalitro . . 10
Il modio. . . 12 $^1/_2$ (cioè l' ottava parte dell' ettolitro.

Veniamo ora ai pesi.

Prendete quattro pezzi di 5 franchi, il peso sarà di un ettogrammo ; 100 franchi devono pesare giusto un semichilogramma.

Avendosi uno di que' pesi antichi detto *libbra*, ed equivalendo a ettogrammi 4, 9, si ha presso a poco il semichilogramma.

Problema. *Trovare il peso di un dato volume di acqua.*

Il Chilogramma è il peso di un decimetro cubo d'acqua purissima. Prendete un vaso di forma regolare, quello di un cilindro, per esempio, come sono certi bicchieri da bere, secchie, bottiglie, ec. Se ne misura l'altezza e la larghezza interiore per conchiudere col calcolo la capacità. Si concepisca quindi il vaso pieno d'acqua in tutto o in parte, e si avrà il peso del liquido contenuto, prendendo un chilogramma per ciascun decimetro cubo, un gramma per ciascuno centimetro cubo ec.

1.° *Esempio.* Qual' è il peso dell' acqua che riempie la botte, di cui la capacità è stata calcolata di 257 litri, pagina 122 ? Si risponde è 257 chilogrammi.

2.° *Esempio*. La caldaja che è stata calcolata, pagina 121, dover contenere 11 ettolitri, contiene un peso di acqua eguale a 1100 chilogrammi.

3.° *Esempio*. Qual' è il peso, di cui è carico un uomo che porta due secchie di acqua della dimensione data, pagina 122? Ciascuna secchia contenendo 16 litri, quest'uomo porta dunque 32 chilogrammi senza calcolare il peso delle secchie.

4.° *Esempio*. Un bicchiere cilindrico ha centimetri 7,32 di larghezza, sino a quale altezza deve riempirsi di acqua pura per avere il peso di un quarto di chilogramma; vale a dire un quarto di decimetro cubo, ovvero 250 centimetri cubi? Il cerchio della base si ottiene, moltiplicando il raggio 3, 66 per centimetri 3, 66, e per $3 \frac{1}{7}$, si trova 42 centimetri quadrati. L'altezza dell'acqua moltiplicata per 42, deve dare 250 centimetri cubi; dividendo 250 per 42, il quoziente 5, 95 mostra che bisogna mettere quasi l'altezza di 6 centimetri di acqua nel bicchiere, per ottenere un peso di un quarto di chilogramma, o 2 ettogrammi e mezzo.

5.° *Esempio*. Si ha una boccetta di forma irregolare, se ne dimanda la capacità. Si pesa vôta, e quindi piena d'acqua; la differenza di questi pesi espressa in grammi, è il numero de' centimetri cubi del vaso. Così supponendo che la boccetta contenga chilogramma 1, 3215 di acqua, la sua capacità è di un litro, e 0, 3215 di litri, ovvero un decimetro cubo, e 321 centimetri cubi e mezzo.

PROBLEMA. *Trovare il peso di un volume dato di ferro, di rame, di arena?*

Calcolate il peso di un eguale volume di acqua, e moltiplicate questo peso pel numero indicato nella tavola seguente vicino alla sostanza in parola.

Argent. 10,70	Piet.bigia 2,42	Creta.... 2,25	Quercia. 1,07
Piombo 11,35	Marmo....2,72	Zucchero 1,61	Olmo... 0,67
Rame.... 8,86	Gesso......2,21	Salmar.. 1,92	Pero....0,66
Ferro.... 7,79	Pietra di fabbrica 2,08	Olio...... 0,91	Cerieg. 0,72
Stagno.. 7,29		Lardo, Sego, e Butirro. 0,95	Vino....0,99
Acciaro. 7,67			Acquav. 0, 6

1.° *Esempio.* Si dimanda quanto pesa il metro cubo di marmo? Siccome il metro cubo contiene 1000 decimetri cubi, di cui ciascuno pesa un chilogramma, trattandosi di un volume d' acqua, il peso totale è di 1000 chilogrammi. Moltiplico questo numero per 2, 72 che trovo indicato nella tavola, ed ho pel peso del metro cubo di marmo 2720 chilogrammi.

2.° *Esempio.* Un' asse è stato costrutto di un prisma di ferro di centimetri 9, 5 sopra 6, 1 di quadratura, e 18 decimetri di lunghezza, se ne cerca il peso. Moltiplico 9,5 per 6, 1 e per 180, ed ho per volume dell' asse 10431 centimetri cubi; ovvero decimetri cubi 10, 431. Il peso di un egual volume di acqua è di chilogrammi 10, 431. Moltiplico questo numero per 7, 70, e trovo chilogrammi 80, 32 pel peso dell' asse.

3.° *Esempio.* Si dimanda il peso di una botte, la misura di cui è stata indicata nella pagina 122, allorchè è piena d' acquavite. Voi avete trovato pel volume del liquido 257 decimetri cubi; se la botte fosse piena d' acqua, peserebbe 257 chilogrammi, moltiplicando per 0, 86, numero dato nella tavola, troverete 221 chilogrammi pel peso dell' acquavite contenuto nella botte.

4.° *Esempio.* Qual' è il peso del pane di zucchero, di cui nella pag. 123. si è trovato che il volume è decimetri cubi 6, 187?

Moltiplicate questo numero per 1, 61, e troverete chilogrammi 9, 96.

IV. TOPOGRAFIA

AGRIMENSURA, COSTRUZIONE DI PIANI.

La TOPOGRAFIA è l'arte di disegnare il piano di un terreno; l'AGRIMENSURA ha per oggetto la determinazione dell'estensione superficiale compresa ne' limiti dati; *il levare dei piani* consiste in disegnare sulla carta una figura che sia la rappresentazione degli oggetti osservati sul terreno, imitando fedelmente i contorni delle case, dei sentieri, dei ruscelli, ec., e conservando le proporzioni di distanze, ed i valori angolari.

Tutto ciò che ha rapporto al calcolo delle superficie è stato spiegato nella terza sezione (pag. 113) Qui non resta ora ad indicare che i processi destinati a fare conoscere le dimensioni che servono di elementi a questi calcoli, processi che sono precisamente quelli di disegnare dei piani. Queste due parti dell'arte vanno per tal modo congiunte tra loro che debbonsi trattare insieme. L'agrimensnra comprende inoltre la divisione delle eredità tra i proprietarii, i limiti dei campi, la preparazione dei travagli di piantagione, e molte altre quistioni facili a risolversi quando si ha un piano (1) esatto dai proprietarii. Tali sono i soggetti che noi tratteremo, mettendoli alla portata dei maestri di scuola, che li spiegheranno ai loro migliori allievi. Ma questo travaglio non può essere proposto all'insieme della classe, perchè il maneggio degl'istrumenti non è possibile ai fanciulli di molto tenera età.

Quando le località presentano delle difficoltà, il levar le piante suppone un arte particolare, ed i procedimenti, esigono, che si conoscano i principii della geometria. Ci asteniamo di trattar qui questo soggetto, poichè non potrebbe esser compreso, e ci restringiamo ai facili sviluppi, che bastano quasi sempre. La presenza d'un bosco, d'una casa, che terminano la vista: quella d'una

(1) I Geometri danno il nome di piano ad una superficie sulla quale si può applicare una linea retta in tutti i sensi. Uno specchio, la superficie dell'acqua in calma di un bacino, quella di un marmo levigato sono dei piani. Qui la solidità non è presa in considerazione. Un foglio di carta ben teso e liscio sarà un piano, se esso non avrà solidità. Ponendo l'orlo di una riga su queste superficie si applica in ogni direzione senza lasciarvi vôto.

riviera, d' un sito d' acqua, che impediscono di misurar le distanze, infine diversi ostacoli che si riucontran spesso nel terreno, non impediranno di far la pianta, quando si comprenderà l' uso degl' istrumenti, che sono impiegati a questa operazione.

Quando si tratta di levar la pianta d' una casa, di un appartamento, di cui le mura sieno ad angolo retto, si misura col metro la lunghezza e la larghezza delle sale, delle porte, delle finestre, dei camini, la grossezza delle mura etc; poi si trasportano sulla carta queste grandezze colla riga, il compasso, lo squadro, ciascuna nella direzione propria, dopo aver adottato una *seala*, come si è detto a pagina 37, e 91; di cui ciascuna parte rappresenta il metro, o le sue frazioni.

Se una camera ABCD (fig. 9, tav. I.) non è rettangolare, se ne misurano i quattro lati, come ancora una delle diagonali AC: la superficie è divisa in due triangoli ABC, ADC, i quali si possono costruire facilmente sulla carta in abcd col compasso, poichè si conoscono i tre lati di ciascun triangolo (num. 36, pag. 96).

Il maestro farà ben tosto apprendere ai fanciulli a levar la pianta della scuola, dei suoi banchi, delle sue tavole; e quant' anche questo disegno fosse poco corretto, pur nondimeno sarà utile di far loro concepire che sia una pianta. Si mostrerà loro, come gli oggetti della campagna vicina si trovano situati gli uni in rapporto degli altri, affinchè essi sappiano dirigersi quand' hanno la carta d' un paese; ritrovarsi in un bosco, quand' essi ne hanno la pianta ec; è questo metodo, che sopratutto raccomanda l' autor dell' Emilio.

Facciamo vedere ora, come si possa levar la pianta di una campagna. Supponiamo pria, che il terreno formi un'estensione piana ed orizontale, di cui i sentieri, i contorni, le fosse, le case, ec., presentino diverse configurazioni: esamineremo in appresso come si deve operare quando il suolo presenti delle colline, delle montagne, ed altri accidenti di località. Si uniscono, col pensiero, i differenti oggetti con delle linee rette, e si cerchi delineare sulla carta dei poligoni esattamente simili a quei, che formano queste linee. I dettagli di minore importanza sono in seguito situati e messi in vista: è dunque *un poligono piano ed orizontale, che si vuole imitare.*

9

L' Agrimensore si serve per misurar le distanze di una riga di due metri di lunghezza, ch' è suddivisa in decimetri, ed in centimetri; ma questo processo non è, nè comodo, nè esatto, quando la lunghezza da misurarsi è alquanto estesa. Si fa uso allora di una catena metrica (fig. 10). Questa è un insieme di stanchette di grosso filo di ferro, di cui ciascuna estremità è curvata in anello: questi cerchi, o *anelli di catena* hanno le medesime lunghezze: essi sono uniti capo a capo da un anello, che entra nei cerchietti dei due anelli contigui. Vi sono giusti 2 decimetri di distanza dal centro d' un anello all' anello che segue: 50 anelli formano una catena d' un *decametro*, o dieci metri di lunghezza. Gli anelli piegati in fascetti fanno un insieme portatile. Ciascun capo della catena è terminato da un pugnuolo, di cui la lunghezza è presa da quella dell' anello contiguo, di modo che la catena stando tesa in linea retta, vi sono giusti 10 metri da una estremità del pugnuolo, che si ha in mano, a quella dell' altro pugnuolo.

Si piantano dei *bastoni* di livello nella linea retta, che si vuol misurare: son questi dei picchetti lunghi da 1 ad un metro e $\frac{1}{2}$, più o meno, di cui l' asta è retta, e l' estremità inferiore aguminata. Si conficcano questi bastoni sulla terra verticalmente, e si dispongono in maniera, che il primo nasconde tutti i successivi, quando si situi l' occhio un poco in dietro. Affinchè i bastoni sieno visibili da lontano, alla parte superiore di ciascuno di essi, vi si mette un quadrato di carta bianca; si fa uso ancora di canne, di cui l' estremità superiore è ferrata, e che è dipinta in bianco. L' Agrimensore dev'essere provvisto d' un numero sufficiente di queste canne. Si pianta quindi un bastone in ciascuna estremità della linea, che si vuol misurare: poi allineando l'un sull' altro, si fanno situare altri bastoni nello spazio intermedio, dividendone l'intervallo in parti situate secondo una medesima direzione. Un operajo trascina la catena in avanti, e quand' egli s' allontana dalla direzione, l' Agrimensore, che tiene l'altro capo della catena, ve lo richiama, avvertendolo.

Si distende la catena in linea retta sul suolo, evitando che gli anelli non si attorciglino, togliendo le pietre, ed

appianando i monticelli, e le macchie d'erba, che confondono la posizione rettilinea. L'operajo in avanti, l'Agrimensore dietro di lui tengono tesa la catena, tirandola sui pugnuoli: l'operajo conficca in terra un piuolo di ferro, che ferma il suo pugnuolo, poi egli lo toglie, lasciando questo piuolo impiantato, e porta la catena in avanti. L'Agrimensore lo segue, e viene ad appoggiare il pugnuolo, ch'ei tiene, nel piuolo in parola, finchè l'operajo, stendendo di nuovo la catena, la ferma con un secondo piuolo, ch'ei lascia ancora. L'Agrimensore toglie successivamente questi piuoli, che passano così dalla mano dell'uno in quella dell'altro. Pervenutosi all'ultimo bastone, quanti piuoli ha tolto l'Agrimensore, tanti decametri son contenuti nella distanza misurata: e quanto alla distanza dell'ultimo piuolo all'ultimo bastone, si misura, o col doppio metro, o numerando quanti anelli vi son contenuti: se vi si son trovati 25 piuoli, e 18 anelli, la distanza è di 250 metri, e 36 decimetri, o 253m, 6.

Dieci piuoli di ferro bastano a questa operazione, poichè quand'essi sono tutti pervenuti nella mano dell'Agrimensore, ei li restituisce all'operajo, numerandoli, e prendendone nota per non fare errore.

La catena può avere più o meno di dieci metri: essa è qualche volta regolata sulla tesa, e divisa in anelli d'un piede ec: tutte queste particolarità sono a piacere dell'Agrimensore, che nel bisogno può servirsi d'una corda divisa con nodi, o con un nastro misurato; ed ancora in mancanza di meglio, si misura qualche volta col passo; quando si è esercitato a regolarlo: questo metodo, benchè grossolano, basta in taluni casi.

Lo squadro d'Agrimensore è uno degl'istrumenti assai utile (fig. 11). È formato d'un prisma retto di rame concavo, ad 8 facce eguali, di circa 5 a 6 centimetri di larghezza sovra un'altezza doppia: una picca o tubo concavo è attaccato con vite alla sua base per ricevervi l'estremità d'un bastone, che vi entra con duro attrito. Il tutto ha la forma d'una canna di circa 16 decimetri di lunghezza, avendo un grosso pomo ottagonale (fig. 12) l'estremità inferiore è ferrata ed aguminato, perchè la canna si possa verticalmente conficcare al suolo.

Il pomo della canna è forato da fessure verticali opposte; applicando l'occhio sull'una di queste fessure, chia-

mate traguardi, si vedono distintamente da la fessura opposta gli oggetti situati al di là : vi si è ajutato ancora da un piccolo foro, formato sulla lunghezza della fessura. Ciascuna delle facce è provvista d'un simile traguardo, in modo, che queste fessure essendo due a due forate ad angolo retto, egli è chiaro, che l'istrumento determina le direzioni perpendicolari; situando la canna in A (fig. 13), dirizzando la mira su d'un bastone B situato nell'una delle direzioni AB, poi piantando un bastone D nella linea de' due altri traguardi, che noi chiameremo *correlativi* ai precedenti, l'angolo DAB è retto.

Tra i traguardi correlativi ve n'esistono degli altri (ancora rettangolari tra loro), i quali fanno degli angoli di 45 gradi cogli altri. Per evitare la confusione, la figura 12 non indica quest' ultimi traguardi. Uno può facilmente rappresentarseli. Se ne fa raramente uso.

Per trasportare lo squadro, l'Agrimensore mette il pomo nella sua sacca, e si serve dell' asta come d'una canna.

Ci assicuriamo che l'istrumento ha i suoi angoli precisamente retti, piantandolo in un punto A (fig. 13) e facendo conficcare de' bastoni in B e D nelle direzioni dei traguardi correlativi. Bisogna, che facendo girare l'asta sul suo asse senza cambiarla di sito, ne' variarne la verticalità, si possano vedere i medesimi bastoni B e D da tutti gli altri traguardi cerrelativi.

Risolviamo ora i diversi problemi più ordinarii della topografia, e facciamo vedere, che meno i casi molto varî, lo squadro dell' agrimensore, e la catena bastano a levar le piante.

Problema. *1. Levar la pianta d' un campo rettangolare ABCD* (fig. 13) *e misurarne la superficie.*

Ci assicuriamo prima con lo squadro d' Agrimensore, che i quattro angoli sono di 90 gradi, come si è spiegato. Basta che si riconosca, che tre angoli sieno retti, poichè allora il quarto lo è necessariamente. Quindi si livellano due lati perpendicolari AB, AD, e se ne misurano le lunghezze.

Per disegnare sulla carta la figura *abcd* del piano, si tirano due rette perpendicolari ed indefinite *ab*, *ad*, e si portano col compasso sopra queste linee delle lunghezze composte d' altrettante unità della scala adottata (pag. 37.) di quanti metri contengono le distanze AB, AD. Ed è co-

si, per esempio, che si disegna il piano del *Campo di Marte*, fig. 9, tavola 13. Le figure 3, 4, e 7 sono piante di giardini, e di case.

La superficie del rettangolo si trova moltiplicandone la base AB per l'altezza AD (ved. pag. 113.)

Problema. 2.° *Levar la pianta d' un campo triangolare ABC, e misurarne la superficie* (fig. 14.)

Si pianterà un bastone a ciascun angolo, e prendendo uno dei lati AC per base, si porterà lo squadro in un punto D, talchè squadrando la sommità B, si possono tutti in una volta allineare i bastoni A e C pei traguardi correlativi opposti, volgendosi ora verso A, ora verso C, senza smuovere l'istrumento. Il sito D di fissazione è facile a trovarsi, quando si ha un poco di abitudine nelle operazioni; ma bisogna fare diversi tentativi successivi, portandosi sovra differenti punti della base AC. Ciò fatto, si livelleranno le linee AD, DC, e BD, e se ne misureranno le lunghezze.

Per disegnare la pianta, si tira sulla carta una linea indefinita *ac*, sulla quale si portano col compasso le lunghezze *ad*, *dc* formate da altrettante parti della scala, quanti metri si sono trovati nelle distanze AD, DC. Si eleva in *d* una perpendicolare, sulla quale si porta una lunghezza *db* d'altrettante unità della scala, quanti metri contiene l'altezza DB del triangolo: dal punto *b* così determinato, si tirino le rette *ba*, *bc*, e la pianta *abc* è disegnata.

Si possono ancora misurare le lunghezze dei tre lati AC, AB, BC del triangolo: si costruisce quindi la figura *abc*, con l'aiuto della scala e del compasso, come si è detto (pag. 96.)

Se il triangolo proposto è rettangolo in B (fig. 14.) l'operazione diviene più facile. Ci assicureremo prima, come per lo innanzi, che l'angolo ABC, del triangolo è retto, e se ne misureranno i lati AB, BC; il resto è come pag. 39.)

La superficie del triangolo ABC si ottiene, moltiplicandone la base per l'altezza, e prendendo la metà del prodotto, ved. pag. 116.)

Problema. 3.° *Trovare l'angolo, che formano due rette AF, AG sul terreno* (fig. 2.)

La soluzione di questo problema è compresa in quello, che si è risoluto, poichè è evidente, che quando il trian-

golo AFG è disegnato, si può riconoscere con l' ajuto di un *semi-cerchio graduato* (pag. 100) il numero de' gradi di ciascun angolo. Così per ottenere l' angolo A, piantate lo squadro in un punto F preso sulla direzione dell'uno dei lati, livellate A, poi vedete pei traguardi correlativi, e fate mettere un bastone G, che sia a vicenda sopra questa linea FG, e sopra l' un dei punti del lato AI indefinitamente prolungato. Due osservatori sono necessarii per squadrare nelle direzioni FG, ed AI, a fin di guidare l' operajo, che è incaricato di situare il bastone G. Quando ciò è fatto, si misurano le distanze AF, FG, e si costruisce il triangolo rettangolo AFG; l' angolo A è quindi conosciuto per la ragione spiegata.

Problema 4.° *Levar la pianta d' un paralellogrammo ABCD* (fig. 15.)

Si riconosce, che la figura è un paralellogrammo, quando i lati opposti hanno la stessa lunghezza. Si piantano dei bastoni alle quattro sommità A, B, C, D, e si abbassa, come si è detto più sopra una perpendicolare DE sulla base AB; infine si misurano AE, EB, ED. Per disegnare la figura sulla carta, si trasportano sovra una linea indefinita *ai* delle parti *ae*, *eb* altrettante unità della scala quante ne convengono: poi si eleva in *e* la perpendicolare *ed* di lunghezza altrettanto convenevole. Il punto *d* essendo così determinato, non resta più che tirare *da*, e la sua parallela *bc* pel punto *b*: infine *dc* parallela ad *ab*.

La superficie del paralellogrammo si ottiene moltiplicandone la base AB per l' altezza DE (pag. 113.)

Problema. 5.° *Levar la pianta d' un trapezio ADCI* (fig. 16.)

Supponiamo, che si sia conosciuto che il lato DC è parallelo ad AI, vedendo, che le distanze perpendicolari DE, FC sono eguali: misurate AE, EF, EI, e l'altezza DE. Per disegnare la figura portate sovra una retta indefinita *ai* le lunghezze *ae*, *ef*, *fi* convenevoli alle misure trovate: elevate in *e* ed *f* le perpendicolari *ed*, *fc* eguali all' altezza ottenuta, ciocchè determinerà le sommità *d* e *c*; infine tirate *da*, *dc*, e *ci*.

In quanto al calcolo dell' estensione superficiale si prende la somma delle due basi parallele DC, AI, e si moltiplica questa somma per la metà dell'altezza DE (pag. 118).

Problema 6. *Levar la pianta d'un quadrilatero ABCD (fig. 9.)*

Piantando dei bastoni alle quattro sommità A, B, C, D, e secondo una diagonale AC, la figura si trova formata di triangoli ABC, ADC, avendo una base comune AC; si elevano separatamente, sia misurando i quattro lati, e la diagonale, sia misurando questa, e le due altezze BE, DF. Il disegno geometrico *abcd* si riduce a fare due triangoli *abc*, *adc*, sulla medesima base *ac*. Il calcolo della sua superficie si trova come si è detto a pag. 117.

L' operazione diviene più semplice quando l' uno degli angoli, come D è retto; ciocchè si riconosce collo squadro. Non si ha più bisogno di misurare la diagonale AC, poichè il triangolo ADC è determinato dai lati AD, DC, e l' angolo retto D; donde risulta la lunghezza dell' ipotenusa AC, sulla quale s' appoggia il secondo triangolo ABC.

Problema. 7.° *Levar la pianta d' un poligono qualunque ABFDE* (fig. 17)

Piantate un bastone a ciascuna sommità, e livellate una retta qualunque AD (situata al di dentro, o al di fuori del poligono, come si vede fig. 17 *bis* e 18) Portate lo squadro ai punti G, H, I, K... di modo da determinare sù questa retta i piedi delle perpendicolari BG, EH, CI..... àbbassate dalle sommità, e misurate le lunghezze di queste linee, notando con uno *schizzo*, o disegno grossolano il lato uniformamente al quale cadono queste perpendicolari in rapporto alla base AD: misurate così le parti AG, GH, HI....comprese tra questi lati.

Per disegnare la pianta, tirate sulla carta una linea indefinita *ad*, sulla quale trasporterete le aperture di compassa *ag*, *gh*, *hi*,... d' altrettante unità della scala, che le parti corrispondenti AG, GH, HI .... che contengono dei metri; dei punti *g*, *h*, *i*, ...così determinati, elevate delle perpendicolari *gb*, *he*, *ic* . . . sovra *ad*, ciascuna dalla parte che le appartiene, e date loro delle lunghezze conforme alle loro misure rispettive espresse coll'ajuto della scala: infine unite con delle rette i punti *b*, *f*, così ottenuti: voi avrete il poligono domandato *ceabf*. . .

Osservate, che risulta da questa costruzione, che senz'avere effettivamente misurati gli angoli, nè i lati del poligono, queste quantità vengono a conoscersi: poichè applicando il *semi-cerchio graduato* sulla figura, potete valutare la quantità di ciascun' angolo; e che portando sulla scala le aperture dei compassi eguali ai lati della figura, saprete quanti metri contengono questi lati. Si nota come in geo-

metria si può pervenire a conoscere certe grandezze senza effettivamente misurarle.

Per ottenere l' estensione superficiale del poligono si cerca separatamente quella di ciascun triangolo o trapezio componente la figura: si conoscono i diversi elementi di questi calcoli, che sono le basi e le altezze.

Problema. 8° *Levar le sinuosità d' un sentiero, d'un ruscello, i contorni di un bosco, dei muri d' un giardino, ec.* (fig. 17 *bis*)

Si piantano dei bastoni ai gomiti più pronunziati del corso, di cui si tratta, e si sostituisce così un poligono alle inflessioni della curva. Il levar questo poligono si fa precisamente come si è detto, e quando esso è disegnato, si rimpiazzano i lati rettilinei con delle curve simili alle sinuosità presentate dal terreno.

Quando lo spazio poligonale è di legname ; o coverto di fabbricati, che non permettono di misurare le linee interiori, e ancora di vedere le sommità degli angoli, si circonda con un rettangolo, come si vede a fig. 18, e si figurano di contorni esteriori, seguendo il processo già indicato.

Se il poligono è attorniato di muri, o di siepe ec. e che voi non possiate comodamente operare al di fuori, dovete nella parte interna prendere le vostre misure, come si dirà nel problema 11.

Problema 9. *Tirare una parallela, o una perpendicolare ad un muro AB* (fig. 19).

Si prendono dalla parte anteriore del muro delle distanze eguali, per esempio, di un metro, tanto da una estremità, quanto dall' altra ; la retta *ab*, che unisce i punti così determinati, è parallela ad AB. Si pianta lo squadro in *b*, e si dirigono i traguardi verso il punto *a*: i traguardi correlativi danno la direzione Bm perpendicolare ad AB.

Problema. 10. *Determinare l' angolo, formato da due muri AB, BC* (fig. 19.)

Si trasporterà lo squadro in *m* per formarvi l' angolo retto BmI, B essendo alla sommità dell' angolo (mI è parallela ad AB) e si misureranno Bm, ed mI. Sarà facile di disegnare sulla carta il triangolo BmI, che determinerà l' angolo dimandato CBA composto dall' angolo acuto IBm, e dall' angolo retto ABm.

Questa operazione non può farsi, che quando l' angolo

dei due muri è ottuso. Se è retto si conosce ben tosto con lo squadro. Ecco ciocchè si deve fare quando l' angolo è acuto, come in A (fig. 2). Supponiamo che il recinto abbia due muri FA, ed AI. Si situerà lo squadro in un punto C di AF, o piuttosto della sua parallela, in modo da trovare le due perpendicolari AC, CE. Il triangolo rettangolo ACE sarà facile a disegnarsi, e farà conoscere l'angolo A. Il punto E è uno dei punti qualunque del lato AI. Ma si trova del vantaggio a prenderlo lungi da A, ed anche se è possibile alla sommità G d'un altro angolo del muro.

Problema. 11. *Trovare con operazioni interiori la figura poligonale formata dalle mura di un recinto* (fig. 20).

Scegliete pel luogo di partenza un lato AB del recinto: tirate alla sommità B la perpendicolare Bm a questo lato, e trasportatevi al punto *m* di questa linea, che si trova precisamente al piede della perpendicolare C*m*, tirata da C sopra *m*B : C*m* è una parallela ad AB. Misurate B*m* e C*m*, e siegue da ciò che si è detto più sopra, ch' egli è facile a disegnare l' incidenza ABC dei due muri. Così ancora tirate C*n* perpendicolare a BC, poi *n*D perpendicolare a C*n* (e parallela a BC, ciocchè determinerà la sommità D, e l' apertura DCB del l' angolo dei due muri; e così di seguito per tutti gli angoli ottusi. Gli angoli retti saranno tantosto noti, e faciliteranno molto l' operazione. Quanto agli angoli acuti, come A, essi saranno determinati da una perpendicolare BI sopra AG, come si è già spiegato.

Se vi è un angolo rientrante D, il prolungamento del lato DC determinerà un triangolo DEF, che sorgerà mediante il processo descritto, p. 135. Questo prolungamento riduce, come si vede, il poligono alla figura BCFGA, alla quale il triangolo DEF si trova aggiunto al di fuori.

Prolbema 12. *Valutare una distanza senza misurarla direttamente.*

Io suppongo, che si voglia trovare la lunghezza AF, fig. 2, e che gli ostacoli intermedii non permettono di distendervi la catena : un serbatojo d' acqua, un burrone, o qualche altro accidente locale obbligano di trovare, con altro mezzo, AF. Piantate lo squadro in F, e livellate la retta FG perpendicolare alla distanza AF, che volete conoscere. Trasportate lo squadro ad un punto G della retta FG in tal modo scelto ; che da questo luogo si possa squadrare coi traguardi dello squadro la linea FG, e con quel-

le che sono a 45 gradi, la linea ADG; il triangolo GAF sarà isoscele, ed il rettangolo AF sarà eguale a FG: in modo, che basterà misurare FG per avere la distanza dimandata AF.

Questo processo serve a calcolare *la distanza AF d' un punto inaccessibile* A, *la larghezza d' una riviera*, *d' uno* punto inaccessibile A, la larghezaa d' una riviera, d' uno *stagno* ec. Può lo stesso praticarsi tutte le volte che A è visibile dalle due posizioni G ed F.

Quando le località offrono ostacoli alle misure, che si devono prendere, lo squadro d'Agrimensore non può più servire a levar le piante, bisogna ricorrere ad un altro istrumento di un uso ordinariamente facilissimo, come sarà indicato.

La PLANCETTA è una tavoletta leggiera, che si monta sopra un tre piede, e che vi si trovano aggiustate sopra due cerniere in modo da poter esser situata orizontalmente. Una palla, che si posa sulla tavoletta, rotolando dalla parte dov' è il pendio, indica, che si deve rilevare da questa parte. Delle viti di pressione arrestano questo movimento, quando si è riuscito ad ottenere l' orizontalità (ved. fig. 21) Un foglio di carta è distesa sulla tavoletta, ed incollato lungo i suoi orli (1).

Si fa uso inoltre d' un alidada (fig. 22); questa è una riga di rame, alle due estremità della quale trovansi situate con delle cerniere due lamine, che possono drizzarsi perpendicolarmente, e fermarsi in questa posizione. Queste lamine sono forate con fessure o *traguardi*, e con fori più larghi, nei quali si distende un crine verticale. Guardando da queste fessure si possono dirigere i raggi visuali verso gli oggetti circondanti. Il piano verticale dei traguardi e dei crini dev' essere esattamente parallelo all' estremità della riga.

Trasportiamo e drizziamo la plancetta nell' interiore d'un poligono ABCDEF, fig. 21, che si vuol levare. Segneremo dapprima sulla carta un punto *i* per rappresentarvi il luogo di fissazione; poi dirigendo l' alidada verso il punto *a*, tracceremo lungo l'orlo della riga la linea *ia*A, che vada a questa sommità, noi misureremo la distanza della fissazione al punto A, e trasporteremo sul foglio la distan-

(1) Affinchè il disegno di un piano sia corretto, è necessario che il foglio di carta sia ben disteso. Perciò bisogna che si bagni, e che gli orli s' incollino nell' estremità su di una tavoletta, con della *colla a bocca*. Il foglio di carta bagnato presenta delle gobbe ed inegualità, ma seccandosi esso perde le sue ondulazioni, e si distende perfettamente.

za *ia* d' altrettante unità della scala quanti metri contiene *i*A: *a* sarà la pianta di A.

Si tireranno anche le rette *ib*B, *ic*C,...e si misureranno le lunghezze iB, iC....per trovare i piani *b*,*c*...di B,C....Infine unendo questi diversi punti, il poligono *abcd*,....sarà il piano del poligono ABCD....

Perchè l' alilada possa essere comodamente diretta verso i diversi punti circondanti, si conficca in *i* un' ago nella tavoletta, e si fa in modo, che l' orlo della riga sia sempre poggiato su quest' ago.

L' esposto processo porta seco l' inconveniente di esigere la misura di un gran numero di linee *i*A, *i*B, *i*C, ... non può misurarsene che una sola, operando come segue.

Fissate la plancetta ad una delle sommità A del poligono, che voi volete descrivere (fig. 23) e disegnate sul foglio di carta le direzioni AC,AD,...che vanno alle altre sommità; segnate queste linee coi numeri 1,2,3,... andando da sinistra a dritta tanto dall' una, che dall' altra parte d' una base AB. Misurate la distanza dalla fissazione A al punto B, e trasportate sulla linea A*b* una lunghezza, in parti della scala, eguali a questa distanza; *b* rappresenterà la fissazione B. Voi vi trasporterete a questo punto B, e da questa fissazione squadrate il punto A con l' alidada, di cui l' orlo raderà questa retta AB, girando la tavoletta sul suo piede, si arriverà facilmente a darle questa direzione. Fissate allora l' istrumento sul suo piede, quando noi lo supponiamo orizontalmente stabilito. Conficcate il vostro ago al punto *b*, ch' è verticalmente al di sopra di B. Infine squadrando dal punto B le diverse sommità D,C,... voi disegnerete sulla carta delle rette tendenti a questo punto, e tirerete queste linee coi numeri 1,2,3,....andando dalla dritta alla sinistra dei due lati di AB. Le linee indefinite degli stessi numeri, che voi avete così indicati tanto alla fissazione A, che alla fissazione B, si taglieranno due a due, e ciascun punto di sezione determinerà una sommità *c*, *d*....Così sarà descritta la figura *acdebg*, piano del poligono. E se qualche punto F, invisibile da A non ha potuto esser determinato in cotesta maniera, fissatovi in un luogo G, già determinato sul piano, e voi potrete tirare una linea *gf*, che contiene questo punto F, operando d'altronde ai punti B e G, come se BG fosse stata una base misurata. La plancetta presenta questo doppio vantaggio, che uno non è obbligato di misurare, se non una sola linea,

e che il piano si trova tutto disegnato, supponendo anche che il terreno non sia orizzontale, poichè i traguardi permettono di vedere per mezzo di raggi, prolungando, o innalzando i diversi punti di passaggio, e che queste linee si trovano ridotte all' orizonte (come qui appresso). E poichè il piano si esiguisce sui luoghi medesimi, si aggiungono facilmente alla vista gli oggetti di dettaglio, che non si riguardano come molto importanti per esigere una determinazione precisa : s' inscrivono in ciascun luogo i boschi, le vigne, e le diverse specie di culture.

Il *Grafometro* è un istrumento destinato a misurare gli angoli presentati dalle linee tirate dall' occhio dello spettatore ai differenti segnali, ch' ei può vedere. Quest' è un semicerchio graduato munito di traguardi, cioè due fissi, diretti secondo il diametro principale, due mobili intorno al centro con l'alidada, che li porta. L' istrumento è portato sopra un tre piede da una nocella a chiocciola, che permette di dirigerlo in tutti i sensi. Ved. fig. 10 della tav. 8; e la fig. 24, tav. I.

Si disponga al punto A, fig. 23, il Grafometro in modo che il suo lembo sia orizontale : e si squadra con i traguardi fissi verso il segnale B, e con i traguardi dell' alidada successivamente verso i punti E, D, C, G..... si misureranno così i valori di tutti gli angoli EAD, DAB, che formano con la base AB i diversi raggi visuali, che tendono a questi punti. Trasportando l' istrumento all' altra estremità B della base AB si troveranno ancora tutti gli angoli, di cui la sommità è in B. Così la base AB essendo stata misurata, si troverà nel medesimo caso, in cui si è fatto uso della plancetta; e solo allora gli angoli in A e B descritti sui luoghi stessi, e i valori angolari non erano trovati, se non dopo che il poligono era descritto con l' ajuto di un semi-cerchio graduato. Frattanto che questi angoli sono conosciuti prima, e si fa uso quindi del semi-cerchio graduato per disegnare il poligono.

Così per determinare la sommità E, bisognerà sulla base AB, che si conosce, descrivere il triangolo AEB, di cui si hanno un lato, e i due angoli A e B (pag. 96) così per i triangoli ADB, ACB ec. Queste sommità C,D,E, ... trovate una volta sul piano, non resterà poi che tirar le rette AC, CD, BE, . . . che formano il poligono : o piuttosto che a disegnare gli oggetti stessi, che questi punti rappresentano, e i dettagli interiori, che son rinchiusi nello spazio del poligono.

La bussola è un istrumento prezioso d'agrimensura. È una scatoletta quadrata piatta, che si pone orizzontalmente sopra un piede: in questa scatola è rinchiuso un ago calamitato, che può liberamente girare sovra un perno verticale al centro d'un cerchio. Questa circonferenza è graduata, e ricoverta d'un vetro a traverso del quale si possono leggere i diversi numeri di graduazione, dove si arresta l'ago, secondo la direzione che si dà allo strumento. Ved. fig. 25, tav. I. Il grafometro, fig. 10, tav. 8 è munito d'una bussola.

All'una dei lati della scatola parallela al diametro, che va da 0 a 180° è attaccata un'alidada, e per dirigere verso un'oggetto qualunque, si deve far girare la bussola interamente intorno di un asse centrale, che è portato sovra un tre piede. L'alidada è d'altronde mobile sovra un asse situato in mezzo della sua lunghezza, e può muoversi in un piano verticale.

È una delle proprietà dell'ago calamitato convenevolmente pulito, e girando sul suo mezzo dirigesi incessantemente verso lo stesso punto dell'orizonte: allorchè si spinge per rimuoverla da questa posizione, essa dopo alcuna oscillazione, vi ritorna mai sempre. Se si trasporta la bussola più lontano, l'ago vi prende una posizione parallela a quella che avea da principio.

Per misurare con questo istrumento un angolo, come CAB, fig. 25, situate alla sommità A la bussola orizontalmente sopra il suo piede, e squadrate con l'alidada all'uno dei punti B, che determina i lati dell'angolo. Come questo punto B è allontanato, la direzione squadrata A' B' è sensibilmente parallela ad AB. Se l'ago è libero nei suoi movimenti, si arresterà in un punto del lembo, di cui voi leggerete la graduazione, per esempio, 24 gradi. Rimovete quindi la bussola per dirigere l'alidada all'altro punto C; in questo movimento l'ago resterà fisso nello spazio, o almeno dopo qualche deviamento riprenderà la sua direzione primitiva. Or questa posizione non risponderà più al medesimo punto dell'arco graduato, e leggerete un'altro numero, per esempio, 88 gradi. La differenza 64 gradi, è la quantità angolare, di cui la scatola ha girato sul suo asse, e per conseguenza l'angolo dimandato BAC.

Si può dunque operare con la bussola, come si è fatto col grafometro, ma con minore precisione: poichè non si possono apprezzare sulla bussola, che i quarti dei gradi.

La bussola è principalmente utile per levar le sinuosità d' un sentiero, d' un ruscello, d' una via nei boschi, sopratutto quando non si può da ciascuna situazione scorgere che il punto, dove dovrà quindi fissarsi. Ecco come si opera in questo caso.

Si piantano dei bastoni alle curvature più rimarcate, e si misurino ciascuna delle distanze AB, BC, CD,....fig. 26, da un bastone al successivo. A misura che si progredisce nel sito di ciascun bastone, si mette la bussola, e se ne dirige l' alidada al bastone in avanti: così, quando si è in A, si squadra D, e così di seguito. Ogni volta si legge sulla bussola, e si nota la graduazione indicata dell' ago. Come quest' ago conserva da per tutto il suo parallelismo, sarà ben facile trovare colle sottrazioni successive gli angoli, che formano i lati contigui: ma questo calcolo è inutile.

In effetto si tira a parte sul foglio del piano una linea *am* per rappresentare la direzione costante AM dell' ago: poi si tira da un punto A, coll' ajuto di un semi-cerchio graduato, le rette *ab*, *ac*, *ad*,....facendo con *am* gli angoli di cui si sono lette le graduazioni in A, B, C,...linee alle quali le rette AC, BC, CD,...del piano sono rispettivamente parallele.

Per disegnare il poligono ABCD,....che si è formato, si tirerà dunque dal punto che rappresenta A, la retta AB parallela ad *ab*, e si prenderà la lunghezza AB di altrettante unità della scala del piano di quanti metri si sono trovati in questo primo lato. Da B si tirerà BC parallela ad *ac*, e così della lunghezza voluta; poi CD parallela ad *ad* ec: non resterà più che a disegnare la sinuosità, di cui il poligono ABCD. . . indica le principali disposizioni.

Bisogna procurare di conservare in tutte le operazioni l' alidada del medesimo lato della scatola, per esempio, del lato dritto, e di leggere le indicazioni dell' ago calamitato sulla medesima punta. Per evitare gli errori s' imbrunisce al fuoco quella delle metà dell' ago che si dirige da parte del Nord.

Questo punto dell' orizonte è di circa 22 gradi all' ovest del nord vero, e se si vuole orizontare la carta, si tirerà la linea NaS a 22° a dritta di quella *am*, meridiano magnetico. Una volta segnata la linea nord e sud, gli altri *punti cardinali* si trovano facilmente.

Si comprende ora come dopo aver osservati in A e B, fig. 23, i punti CDE...e notate le graduazioni corrispondenti, si possono disegnare sul piano le direzioni delle linee AC, AD, BC, BD,.... senza fare le sottrazioni proprie a dare le inclinazioni sopra AB: poichè basta operare ai punti A e B, come si è fatto nella fig. 26. Si vede così che si può formare con la bussola il contorno del recinto ABCD,....fig. 20, misurando la lunghezza di ciascun lato, ed osservando a ciascuna sommità la graduazione indicata dall' ago e dall' alidada: poichè le direzioni di questo lato risultano, come si vedrà da questi valori angolari osservati, procedendo come si è fatto a fig. 26.

Ordinariamente nel montare un grafometro, si situa una piccola bussola, che serve a levare i dettagli dei boschi, e le sinuosità dei sentieri e dei ruscelli, come si è detto, servendosi di traguardi fissi in luogo dell' alidada. e disponendo il tembo orizontalmente.

Noi abbiamo supposto, che la campagna fosse orizontale senza montagne, e colline: vediamo che si fa quando presenta questi accidenti. Si concepisce un piano orizontale steso sopra tutto il terreno, che si vuol disegnare: da ciascun punto rimarchevole si abbassano delle verticali, che vanno a tagliare questo piano ciascuna in un punto. Il sistema di questi punti forma una figura, che si sostituisce a quella del paese; è questa *la riduzione degli oggetti all' orizonte*. Il piano che si vuol disegnare, non è che l' imitazione in piccolo di queste configurazioni: le montagne vi sono appianate, le cavità riempite. Gli accidenti del terreno vi sono disegnati di botta, colorandoli in modo da farne figurare i rilievi.

Per la costruzione dei traguardi egli è chiaro, che i raggi visuali essendo diretti lungo i pendii, gli angoli squadrati sono tutti ridotto all' orizonte, poichè se ne leggono i valori sul piano orizontale dell' istrumento. Quando alle lunghezze delle linee, che si misurano sul suolo delle colline, bisogna ridurle all' orizonte, come segue: se sopra il pendio A*m*, fig. 1., tav. II si è misurata la distanza A*h*, questa è l' orizontale AH, che bisogna trasportare sul piano. Questa lunghezza AH è sensibilmente eguale a A*h* quando il pendio è leggiero: ma se è più di 3 a 4 gradi, si deve costruire assolutamente il triangolo rettangolo *h*AH, dove A*h* è conosciuto, bisogna misura-

re l' angolo A col grafometro, situando il suo lembo verticalmente. Si trova così la lunghezza Ah, che si deve sostituire sul piano ad Ah, e così di tutte le altre distanze inclinate.

La ragione di questa pratica è facile a comprendersi, poichè il foglio, sul quale si disegnano le configurazioni del terreno essendo piano, sarà impossibile di trasportarvi i veri angoli e le distanze, e di commettervi i pezzi regolarmente senza dare ai contorni delle forme difettose. Dall' altra parte si riguarda come certo, che un terreno in pendio, oltre ch' esso presenta più difficoltà per la coltura, non produce, che quando produrrebbe la medesima estensione ridotta all'orizonte. Così non si valuta l'estensione dei campi inclinati, che in ragione di questa riduzione.

L' esposto processo, senza trovare l' altezza di una sommità al di sopra del piano. Pel corso delle acque per lo stabilimento d' una ruota ec. Si preferisce ottenere le differenze di altezza dei punti del suolo al di sopra gli uni degli altri coll' ajuto d' un livello.

Il *livello da fabricatore* è un triangolo isoscele di legno CBC', fig. 8, di cui si posa la base sopra una riga MN: si drizza questa riga, finchè un filo a piombo venga a battere in I sopra una linea, ciocchè indica, che MN è orizontale.

Il livello d'acqua è molto più esatto. È un tubo AB, di ferro bianco, fig. 27, tav. I piegato a guisa di gomito nelle due estremità, dove stanno unito col mastico due cilindri di vetro C, D: si sostiene questo tubo orizontale sopra un piede in P, e si versa dell' acqua, che si mette di livello nelle bottigliette. Squadrando secondo questi due livelli, tutti i punti, che sono in questa direzione, trovansi sopra una medesima orizontale FE.

Si stabilisce il livello in un luogo, e si squadra in avanti e in dietro verso due punti del suolo, dove si è addrizzata una mira verticale nell' allineamento del livello, la differenza delle altezze della mira alle due fissazioni, indica quanto uno dei punti del suolo sia più elevato dell' altro. La portata della vista limita le distanze: ma trasportando di passo a passo il livello, e la mira, si ottengono le differenze di elevazione delle fissazioni successive di questa mira, e quindi quella dei punti estremi lontani.

Una volta che il piano si è disegnato coll' ajuto dei processi

esposti, è ben facile di valutare le distanze, gli angoli, la estensione agraria di qualunque parte si voglia. Se si dimanda, per esempio, quante aje sono contenute nel recinto, fig. 21, tav. I. rappresentato sopra il suo piano da *abcde*.... vi si condurranno delle diagonali, che ne risolvono la superficie in triangoli, e si valuterà l'estensione superficiale di ciascuno. Si conoscono in effetti le basi e le altezze, poichè basta all' oggetto di trasportarne le lunghezze sulla scala del piano. Il resto non è che l'oggetto di calcoli facilissimi.

E se si vogliono disegnare i limiti, che dividono un campo in parti eguali, o in un rapporto dato, si effettuirà questa divisione sul piano con linee disegnate a lapis; queste linee, che si tirano in posizioni arbitratrie, non soddisfano subito alle condizioni prescritte, e ciò si riconosce valutando le estensioni superficiali così limitate; ma si veggono quali sono le parti difettose, e si allontanano convenevolmente questi limiti. Questi tentativi bastano ordinariamenic alla divisione. Noi non possiamo qui dar regole più sicure, poichè eccederebbero le istruzioni, alle quali dobbiamo restringerci.

V. METODO GENERALE

PER DISEGNARE LE FIGURE.

Nella prima sezione dell'opera il nostro fine era di assicurare la mano, e di esercitare il colpo d'occhio dell' allievo nel giusto apprezzo delle lunghezze, delle inclinazioni, delle distanze, della curvatura, e dell' incidenze dei tratti. Ora noi esporremo alcuni principii certi, che ci abituano *senza il soccorso degl' istrumenti* di dare ai disegni tutta la precisione, di cui l' occhio e la mano sono suscettibili.

La maggior parte dei maestri credono avere compiuto il loro lavoro, nel presentare ai loro allievi dei modelli disegnati con gusto, e con discernimento, e nel sorvegliarne l' esecuzione, contentandosi di accomodarne di quando in quando i tratti, che trovano difettosi nella copia. Noi stessi fin quì abbiamo praticato in siffatto modo nella prima sezione, raccomandando però all' istitutore di non allungarsi molto nelle parti, nè di esigere soverchia precisione nelle figure. D' altronde non avevamo per modelli, che figure regolari e geometriche. Ora dobbiamo estendere il metodo ad ogni genere di disegni, anche a quelli della figura umana, seguendo l' ordine della natura. Dietro infinite pene, e dopo un lungo studio si può apprendere in questo modo a disegnare, sopratutto se l'allievo abbia sortito dalla natura delle inclinazioni felici. Ma ciò non avviene, per così dire, che indovinando per semplice abitudine, e senza rendersene conto: queste regole, se fossero state esposte dapprima, avrebbero molto abbreviato lo studio, e dispensato da un genere di sagacità, di cui ciascuno non è fornito dalla natura, se non ad un grado più o meno sviluppato.

I principii, che noi daremo, sono semplicissimi, ed alla portata di tutte le intelligenze. Il maestro dovrà spiegarli con cura ai suoi allievi, e non passar oltre, senza assicurarsi, che essi l' abbiano ben compreso. Bisogna partire da un fatto che risulta da ciò che si va a dire, che *qualunque figura, comunque complicata essa sia, può essere ridotta a rettangoli, ed a cerchi.*

Così il maestro non esigerà più dai suoi allievi, come nella prima sezione, che essi si affatichino a copiare con tutta precisione ogni sorta di figure, nè anche quelle, che sono

geometriche, e che entrano nelle prime nove tavole: ma esso si applicherà a fare eseguire correttissimamente dei rettangoli, di cui un lato è orizontale, e l'altro è verticale. Eserciterà i suoi allievi a dividerne esattamente i lati per metà, per quarti, per ottavi ec. Dovranno pure fare de' cerchi, come ne han fatto nei problemi della sesta classe, p. 58.

Queste sono cose senza dubbio già insegnate, e che gli allievi devono sapere; ma l'esperienza prova, che dei fanciulli già avanzati a descrivere mediocremente delle figure compostissime, non disegnano più colla stessa precisione le figure più semplici, sulle quali già si erano esercitati con successo. E noi ripetiamo essere cosa indispensabile al nostro metodo, che la formazione dei cerchi, e dei rettangoli, non meno che la divisione delle rette in parti eguali sieno perfettamente eseguite. Ma siccome quest'ultime operazioni si riprodurranno sempre in seguito, non è assolutamente necessario di procurare, che l'allievo le faccia benissimo, per fargli quindi disegnare altre figure che più l'interessano: poichè è impossibile, qualora non sia totalmente sprovvisto di disposizioni naturali pel disegno, che a forza di rifare dei cerchi e dei rettangoli, e di suddividerne i lati, egli non pervenga ad eseguirli perfettamente.

In seguito concediamo, che l'allievo sappia tirare delle linee orizontali, e verticali, dividerle per metà, descrivere dei cerchi di tutte le dimensioni ordinarie, e ciò colla sola attitudine del colpo d'occhio, e fermezza di mano. Vediamo come queste facoltà dovranno essere adoperate per copiare figure irregolari compostissime.

Quello che senza tener dietro ad un metodo comincia a disegnare, dispone sulla copia i tratti di mano in mano, volendo esprimere di seguito tutte le parti, che vede nei contorni del suo modello: egli abbraccia in una volta un troppo gran numero di rapporti, e gli diviene impossibile di comprenderli tutti. D'altronde la distanza tra due linee vicine da lui formate, gli serve di scala per calcolare la distanza, alla quale deve segnare la linea che segue: leggieri errori sù ciascuna valutazione, ed essi sono impossibili ad evitarsi, portano di mano in mano a degli errori più notabili per la loro accumulazione, e i contorni esteriori delle masse sono talmente deformati, che è impossibile di riconoscere il modello nella copia.

È questo sicuramente uno de' più grandi ostacoli al progresso, situando così le linee l'una appresso l'altra, e non si saprebbe tantosto abituare gli allievi ad occuparsi delle masse, prima di disegnarne le parti. Se le masse sono solamente alquanto ben disegnate nella copia, le parti verranno poi ad ordinarvisi con facilità: gli errori che vi si saranno potuto commettere compariranno molto meno, e molto meno influiranno sull'oggetto generale. Che si provi di disegnare una ruota dentata, incominciando dal situare i denti uno ad uno, non si perverrà giammai a fare tal figura; ma se si comincerà dal disegnare il cerchio della ruota, dividendola in parti presso a poco uguali, niente sarà più facile, che di fare una figura almeno passabile.

Prima di terminare un disegno, converrà dunque di non farne disegnare che le masse a norma del metodo, che ora daremo, e si ometterà, finchè l'allievo non siasi perfettamente esercitato a questa pratica, d'esprimere le parti, contentandosi d'indicare le sole linee più semplici. Si farà un semplice *schizzo*, e subito l'allievo si abituerà a questo genere di disegno rapido, tante volte adoperato, e che basta ordinariamente per farsi comprendere, quando si spiega la forma d'un apparecchio, d'una macchina, o d'una costruzione.

Non prima di essere pervenuto a questo grado d'abilità potrassi far disegnare all'allievo le parti, e terminar la copia.

I maestri dell'arte si sono formati copiando dei disegni molto inferiori a quei che noi abbiamo oggi giorno, il che prova, che si deve aspettare il successo dell'insegnamento, meno dalla moltiplicità e dalla scelta degli esempii, che dallo stesso metodo che si segue.

Mostriamo ora la via da tenersi per mettere ciascuna parte d'un disegno al suo luogo, e facciam vedere che basta saper disegnare le circonferenze ed i rettangoli per esser sicuro di ben delineare un *insieme*.

Dividete in metà, quarti, ottavi ec. giusta l'estensione le due linee verticali opposte, che formano il quadro del modello; dai punti di divisione del medesimo ordine, tirate delle linee orizzontali, che formeranno delle strisce. Fate lo stesso sulle due linee dalla parte inferiore e superiore del quadro, e tirate una serie di linee verticali equidistanti: infine fate la medesima cosa sulla carta, che deve ri-

cevere il vostro disegno : ben inteso, dopo di avervi disegnato un quadro di grandezza eguale a quello del modello. Così il modello, ed il foglio di carta saranno decomposti in rettangoli eguali. Segnate quindi sopra questo foglio in ciascun rettangolo dei punti, che vi occupino il medesimo luogo, di quei, i quali sono stati distinti sull' originale come rimarcabili. Senza dubbio potrà accadervi di non collocare questi punti al sito preciso, che devono occupare : ma oltre che vi sarà facile di non molto ingannarvi, il che renderà queste piccole irregolarità di poca importanza, potrete egualmente suddividere in ambedue le parti, uno di questi quadrelli in altri più piccoli. Del resto gli errori non potranno andare fino all' estensione d' uno di questi rettangoli parziali. Si possono veder sulla figura 1, 2, 3, e 4 della decima tavola dei reticoli di questa specie, che vi si sono delineati.

Questa pratica è appunto quella adoperata dai geografi (1), quando vogliono copiare una carta, o una pianta : i pittori l' impiegano egualmente, quando vogliono ridurre un disegno ritratto da un grande quadro.

In questi casi si disegna colla riga e col compasso il reticolo sul modello, e lo copia : ma nella presente operazione noi dimandiamo all' allievo di disegnare il quadro, le orizontali, e le verticali a man volante, ed a colpo d i occhio. Come in questo modo si dispongono delle masse, il disegno viene rapidamente eseguito, e si deve ricominciarlo più volte. Ma siccome si potrebbe temere, che il disgusto non seguisse una pratica così uniforme, sarà di bene variare i modelli. Nell' immensa collezione di rami, che si trovano nel commercio, non ve n' è alcuno, dove questa divisione in quadrelli sia praticata; ma è facile di disporre ogni stampa da servir di mo-

(1) In ajuto di questa suddivisione a rettangoli, i geografi formano così fino a delle figure di un millimetro di lato, quando ciò sia necessario per esprimere le più picciole parti. Gli errori sono sempre molto al disotto delle dimensioni di questi rettangoli elementari; cioè quasi nulli. Questo mezzo serve loro parimenti a ridurre una carta, poichè fanno sul modello é sulla copia lo stesso numero di rettangoli ; e siccome i quadrelli sono ineguali, lo stesso succede delle figure parziali, solo è d'uopo aver cura che i due quadrelli formino dei rettangoli simili. V. p.158.

dello, e se si teme di guastare l' originale, si potrà prenderne un *calco* che si cingerà quindi d' un quadro con suddivisioni rettangolari. Ogni disegno, purchè sia semplice, conviene all' oggetto, che noi ci proponiamo. Un foglio contenente un insieme di figure diverse di naso, di occhio, d' orecchie, conviene egualmente, poichè la nostra attenzione si porta attualmente sulle distribuzioni delle masse. Le nostre tavole possono ancora servire a quest' uso, e si possono esercitare gli allievi ad aggruppare tutte le figure che vi sono nel luogo relativo, che lor conviene.

Quando l' allievo mediante questo processo ha acquistato un' abitudine sufficiente a situare le sue linee principali, è tempo di non più permettergli di servirsi delle guide dategli: bisogna a poco a poco accostumarli a non servirsi dei quadrelli, quindi immediatamente renderli più estesi; e poi obbligandoli a sostituire delle linee ideali alle linee materiali del riticino. L'allievo non dovrà disegnare queste rette, che *sulla sua carta, e non più sul modello*, ov' ei si contenterà d' immaginarle. Potrà servirsi d' un doppio decimetro, o d' una semplice striscia di carta segnata con linee equidistanti, o alfine col suo lapis (1); tenendo quest' istrumento verticalmente, o orizontalmente sotto il suo occhio, ei se ne servirà come d' un livello, o d' un filo a piombo, che lo abiliterà a distinguere sul modello i punti principali di queste direzioni, di valutarne le distanze ai punti vicini rapportate a queste linee fittizie: ed infine di situarli sui quadrelli della carta dopo queste comparazioni. Questi punti sono altrettanti termini per precisare il sito degli altri. Poichè egli è già esercitato a dividere in parti eguali gli spazii rettangolari, perverrà senza molta pena a figurarsi questo reticino, che

(1) Si presenta la riga innanzi all' occhio nella posizione orizontale, o verticale, e tenendola parallela al modello, lo si allontana tanto dall'occhio, finchè due punti determinati dell' originale si trovino sull' allineamento de' raggi visuali che passano per le due estremità, o per divisioni notate. Il raggio visuale che va nel mezzo della riga, prolungato, andrà a marcare sull' originale il mezzo della distanza di cui si tratta. Lo stesso metodo può servire a trovare il 3 il 5, e qualsiasi altra frazione di questa distanza.

manca all' originale, ed a supplirvi, come se realmente vi fosse. L' allievo è dunque condotto a poco a poco a disegnare dei modelli che non portano più tracce di quadrelli, a rappresentarsi questi, là dove sono utili, a conservare nella sua memoria i punti di passaggio di queste linee ideali, ch' egli ha intanto notati sulla copia. Ma potrà dispensarsi di questo debole soccorso, e i quadrelli saranno disposti sulla copia, eccettuato, ch' esisteranno nel pensier dell' allievo.

Veniamocene ora alle correzioni da farsi dal maestro. Importa prevedere il caso in cui egli non sia molto abile disegnatore per esser certo di non far succedere errori ad errori, o pure, ciocchè è peggio, cancellare le linee che sono buone, credendo di meglio disporle. Per rendere le verificazioni facili, il maestro si procurerà un duplicato del modello, ed egli vi disegnerà colla riga e col compasso i quadrelli segnati dall' allievo sulla sua copia : gli errori dell' insieme allora diverranno evidenti. E qui bisogna badare, che l' evidenza sia di rigore. Dapoichè se il maestro non sarà convinto dell' errore d' una linea, l' occhio non può rettificarlo : anzi si lascia contrarre al fanciullo l' abitudine delle sviste quando viene assuefatto ad apparenze erronee dategli per esatte.

Del resto si raccomanda al maestro di avere una cornice di legno vuota della grandezza dei quadri : gli estremi saranno forati da' buchi equidistanti, donde egli farà passare della seta rossa, che quando sarà tesa dividerà lo spazio a giorno in quadretti rettangolari. Applicando quest' apparecchio sul modello, queste seti vi noteranno i tratti regolatori, di cui si è parlato; ciocchè dispenserà di discriverli sui disegni medesimi. Ciascuna classe dovrà essere munita d' uno di questi quadri a reticino, che il maestro impiegherà, sia per facilitare i suoi allievi, sia per fare le correzioni. Il fanciullo è molto più colpito dei suoi errori, quand' egli può ritoccarli, per così dire, che se il maestro gli dasse le rettificazioni d' autorità. D' altronde il fanciullo potrebbe correggere se stesso, ciocchè sarebbe un' economia preziosa di tempo, e di pena pel maestro.

Il metodo che noi esponiamo non è nuovo : è quello che i grandi pittori hanno raccomandato, e di cui i geometri si servono per rappresentare le affezioni delle linee curve, esprimendole con delle relazioni tra le coor-

dinato di diversi punti, come noi spiegheremo, sezione 6. Questo processo è applicabile a tutti i generi di disegno, e dà all' allievo un mezzo di scovrire, dove egli siasi allontanato dal suo modello, e come possa correggersi. L'occhio non tarda molto ad acquistare il grado di precisione necessario al disegno, poichè non viene affatto ajutato, dandogli un mezzo rigoroso di comparazione.

Ecco ancora un processo che può supplire i quadrelli, e che in molti casi è di facile applicazione. Supponiamo che siasi già indicato al punto C del modello sulla copia (fig. 30, tav. II.) e che vi si voglia segnare un altro punto B. Un' orizontale CA, e una verticale BA essendo immaginate, si avrà un triangolo rettangolo ABC : tirando sulla copia per l' immagine del punto C un' orizontale precisamente eguale ad AC, ed elevando dalla copia del punto A una verticale eguale a BA, si avrà il sito del punto cercato B, se non vi è alcuno errore in questi apprezzi semplicissimi. Si paragoneranno le lunghezze CA, BA per assicurarsi se esse abbiano il medesimo rapporto, tanto sul modello, che sulla copia, e si avrà una verificazione del disegnato. L' allievo è così già esercitato a tirare le verticali e le orizontali, e a stimarne le lunghezze col colpo d' occhio, che non dà a dubitare di grave errore in quest' operazione.

Quando si copia un insieme, non si devono giammai segnare, che i punti, come B, che si devono rapportare ad altri C già fissati; si analizzino le masse dell' originale per riconoscervi i punti ascendenti e principali, di cui sopratutto si deve bene determinare il piazzamento sulla copia, poichè le altre linee si coordinano facilmente con questi punti, e vengono naturalmente ad aggrupparsi intorno ad esse. Questo processo riempie adunque perfettamente l' oggetto che si propone; si farà una legge di non segnare giammai un punto nella copia, che ajutandosi del principio semplicissimo, di cui si è parlato. È ciò sopratutto, quando si vuol disegnare una retta BC sotto le condizioni di lunghezza, e d' inclinazione data dal modello, che questo processo è vantaggioso; poichè si vede bene, che il pendio della linea BC risulta sempre dal rapporto della verticale AB all' orizontale CA.

Egli è inutile aggiungere a tutti gli sviluppi, che si daranno, che i punti di cui si è determinata la situazione sulla co-

pia; devono quindi essere uniti da due linee; e che si traggono dalla figura circolare, alla quale si è abituatissimo, le rotondità dei contorni abbligati a passare pei punti già segnati sulla copia.

Noi siamo dunque pervenuti al punto, in cui l'allievo si dispensa di disegnare i quadretti, anche sulla copia: in mancanza di queste linee regolatrici, che' egli comodamente può sempre rappresentarsi, potrà situare tutti i punti principali del suo insieme, unirli con linee, discendere alle parti, infine completare il suo disegno.

L'applicazione del nostro metodo al disegno di basso rilievo, o della *natura* presenta difficoltà, che per buona ventura non sono insormontabili. La divisione di uno spazio rettangolare orizontale in parti eguali diviene più incomoda, poichè il giuoco dell'ombre produce delle illusioni, che sovente inducono l'occhio in errore: le distanze, che si veggono in iscorcio per l'effetto della prospettiva, sono riputate avere la loro grandezza vera, poichè l'abitudine dà alla forza di giudicare una direzione, di cui essa non è la padrona, e che la domina a sua insaputa. Quando l'allievo divideva un rettangolo del modello per metà, egli poteva verificare all'istante sull'originale situato innanzi a lui, se questa divisione era esatta, misurandone ciascuna parte: ma quando si tratterà di superficie arrotondite, e connesse, come misurerà egli gli spazii, che il suo colpo d'occhio ha determinati?

Quì conviene ricorrere alla righetta segnata che abbia divisioni eguali, e che come si è detto quì sopra, essendo interposto tra l'occhio e il modello paralellamente al piano del quadro, e ad una distanza convenevole, lascia vedere senza incertezza qual'è il punto dell'oggetto, che risponde al mezzo di una distanza data. D'altronde questa parte dell'arte di disegnare passa i limiti dell'insegnamento elementare, che noi sopratutto abbiamo in vista.

Fin qui noi abbiamo sempre supposto le copie delle stesse dimensioni, che i modelli: ma é facile concepire che il metodo può essese impiegato a *ridurre i disegni* a menome dimensioni. Si farà subito nel foglio di carta, nel quale dovrà ridursi la copia, un quadro simile a quello che rinchiude l'originale: bisogna intendere per questa parola simile, che i lati dei due rettangoli sieno nello stesso rapporto. Se il lato verticale dell'uno è i tre quarti

del lato orizzontale, bisognerà ancora, che per l'altro quadro l'altezza sia i tre quarti della base. Si divideranno, come qui avanti, i due rettangoli per un egual numero d'orizzontali equidistanti, e si farà lo stesso per le verticali: queste linee divideranno le due superficie in altrettanti rettangoli simili alle due parti: i rettangoli fatti sul modello saranno eguali tra loro: lo saranno anche sulla copia: ma i primi non lo saranno coi secondi (ved. pag. 90) Il resto dell'operazione, che consiste a trasportare ciascun punto rimarchevole dell'originale nel luogo, che gli conviene sulla copia; cioè sul rettangolo del medesimo ordine, ed in un punto di questo rettangolo fissato, come lo è quello del modello, si fa presso a poco come precedentemente, e non offre grandi difficoltà.

Si esercita quindi a fare queste riduzioni senza il soccorso del reticino sul modello, e quindi senza servirsi di alcun rettangolo: l'esercizio sostenuto impara infine a dispensarsi di questi soccorsi precisamente come si è detto per lo innanzi.

SPIEGAZIONE

DELLE FIGURE DELLA DECIMA TAVOLA.

Le quattro prime rappresentano delle teste rinchiuse in un quadrato suddiviso in sedici altri, come applicazione del metodo, che è stato spiegato.

Le figure 5 a 8 sono quelle delle differenti parti del volto.

Le fig. 9, e 10 sono due teste di profilo, voltate in senso contrario. La figura 11 rappresenta il corpo di un fanciullo nudo.

La fig. 12 è una Cariatide, sorta di scultura, ch'è destinata a portare una parte di cornice.

La fig. 13 è quella di un zoccolo.

La fig. 14 quella di un candelabro.

La fig. 15 rappresenta il conduttore di un carro, che è tirato da due cavalli; la fig. 16 un Esculapio.

Tutte queste figure sono nude. Le pieghe delle vesti non offrendo rapporti di distanza come quei, che siano esercitati a prendere nelle linee del viso, e nelle dimensioni delle parti del corpo, è incomodo per fissare sul di-

segno il sito di ciascun dettaglio. Una capigliatura abbondante presenta] le stesse difficoltà, come tutti i modelli, di cui le parti sembrano gittate all' azzardo, e come per capriccio. Ma l' uso dei quadrelli rende facile la distribuzione, e l'artifizio di tutte queste parti irrregolari.

SPIEGAZIONE

DELLE FIGURE DELL' UNDECIMA TAVOLA.

Quei che disegnano la figura umana hanno cercato, per facilitare il loro travaglio, se la natura non offre ad essi loro certe proporzioni fra le parti, le quali permettessero ad essi di notarne anche il sito sù i loro disegni: ma ci siamo assicurati, che la natura è sì varia nelle sue produzioni, che questi rapporti non esistono affatto. Sempre si è osservato, che se si paragonano le statue conosciute più belle, le variazioni trovansi rinchiuse in stretti limiti. Così, a meno che non si rappresentino delle scene grottesche, ove le forme sono sfigurate; o, a meno che l'attitudine delle figure non abbia forzato l' artista a mostrare certe parti d'iscorcio per seguire la prospettiva, le dimensioni delle parti del corpo umano sono proporzionate, ed importa di conoscere il rapporto medio, che sussiste tra esse, per non discostarsene, che per poco.

Ecco alcune regole che non sono nè rigorose, nè obbligatorie: sono dei semplici termini medii tra gli sbalzi, che sono stati osservati nelle figure di belle forme.

Per disegnare una testa osservata di prospetto, tirate una verticale *af* (fig. 1.) sulla quale portate cinque distanze eguali in *b*,*c*,*d*,*e*,*f*. Tagliate il secondo spazio *bc* nel mezzo *i*: per questi punti di divisione tirate le orizontali o perpendicolari ad *af*; dal centro *i* col raggio *ai* descrivete una porzione di circonferenza *npaqm*; poi dai centri *p* e *q*, ove l' orizontale di *i* tagli questa curva, descrivete degli archi *kp*, *lq* arrivando in *p* e *q*, ove si ricongiunge col primo arco *npaqm*. Ciò fatto la doppia divisione della superiore *ca* sarà lo spazio frontale, di cui i capelli occuperanno la metà superiore: la linea *nm* sarà tangente al disopra de' due occhi: il naso discenderà fino al punto *d*, ove saranno le narici: bisognerà arrotondire il confine del mento, che verrà in *e*, e la bocca occuperà il primo ter-

zo dello spazio *de* : le orecchie partendo da *n* ed *m* discenderanno fino all'orizontale del punto *d* in *g* ed *h* : da questi punti comincerà il collo, che si unirà alle spalle un poco al disopra della linea in *f*, la fossetta o il buco delle clavicole è in *f*.

Dividete l'asse *mn* degli occhi in cinque parti eguali : la seconda e la quarta formeranno gli occhi, di cui il terzo del mezzo sarà occupata dalla pupilla ; l'apertura dell'occhio sarà alta di questo terzo. Il naso avrà per larghezza l'intervallo degli occhi, o la quinta parte di *mn*. La larghezza della bocca è eguale a quella d'una volta e mezzo dell'occhio : quella del collo é la metà di *pq*, o *pi*, ingrossando verso il basso, ove trovasi *id* per larghezza.

La figura 3 presenta la costruzione d'una *testa veduta di profilo*. Dopo aver disegnato, come per la figura prima, le orizontali, che danno gli assi degli occhi, del naso, del mento ec. portate i medesimi intervalli sulle orizontali, affine di dividere lo spazio in quadrati eguali : il secondo quadrato a sinistra, ed in alto ha la sua diagonale *bm* tagliata in cinque parti eguali: il primo di questi punti di divisione *i* è il centro del cerchio *cpq*, che forma il di dietro della testa. Per disegnare l'occhio tagliate lo spazio *nc* in tre parti eguali, quella di mezzo sarà per l'occhio : la salita del naso in avanti dell'ovale è della metà di *cn* ; lo di dietro della narice deve rientrare fino all'appiombo dell'occhio. La bocca situata, come quì sopra al primo terzo di *de* progredisce fino alla metà della salita del naso. L'orecchio è sull'orlo interiore dell'ovale.

Le figure 2 e 4 rappresentano queste due teste, quando si sono cancellate le linee di costruzione, disegnati i capelli ec.

Noi non ci arresteremo a mostrare parte a parte le proporzioni delle teste a tre quarti, o inclinate ec. per non estendere questo scritto oltre ai limiti propri ; tanto più, che l'opera del Sig. Cousin è a questo riguardo suscettibile di rettificazione, che esigerebbe una critica, che quì non ha luogo. Questo artista ha esposto le proporzioni dei piedi, e delle mani in tutte le posizioni. Noi daremo soltanto quelle del corpo umano nel suo intero.

Servendosi dell'altezza della testa, come d'una sorta d'unità, e portandola otto volte in linea retta da un'estre-

no all' altro , si avrà la lunghezza totale del corpo. La metà di questa lunghezza indicherà il punto del corpo, dove le cosce si separano dal tronco. La prima di queste otto parti eguali sarà occupata dalla testa ; la seconda comprende le spalle fino al di sotto del seno : la terza è limitata all' ombelico ; la quarta alle parti naturali ; la quinta alla metà della coscia ; la sesta al ginocchio ; e la settima al di sotto della polpa della gamba. La larghezza delle spalle vedute di faccia è quasi di due teste , all' ombelico ed alle anghe, d' una testa e mezzo.

La lunghezza del braccio disteso dall' ascella fino al polso è della lunghezza di due teste , e la sua grossezza verso la spalla d' una mezza testa. Si conta una testa dal polso fino all' estremità del dito di mezzo : questi numeri suppongono che nessuna parte non sia veduta in iscorcio, poichè allora bisognerebbe regolarsi sulle dimensioni di una prospettiva : d' altronde , noi lo ripetiamo , tutto ciò non è che approssimativo.

Abbiamo spiegato parte a parte le quattro prime figure. In quanto alle altre sono disegni copiati da belle statue antiche , e che sono state riputate di gusto finissimo da servir di modelli. Vi si vede *Igea* Dea della salute(fig. 5.) Endimione, giovanetto amato da Diana, e rinomato per la sua bellezza (fig. 6). Esculapio Dio della medicina (fig. 7). Le figure 8, e 9 rappresentano due Arnspici , sacerdoti romani incaricati di consultare le interiora delle vittime immolate in onore degli Dei ; la figura 10 rappresenta l' imperatore Trajano , uno dei migliori sovrani, di cui ci è stata conservata la memoria. La figura 11 è un gruppo destinato a presentarci l' idea d' un maritaggio romano : in fine la figura 12 è quella di una sonatrice di lire.

Queste diverse figure sono in generale di picciolissime dimensioni. Ma noi abbiamo creduto di dover preferire questo inconveniente a quello di moltiplicare le tavole e le spese. Bisognerà esercitare gli allievi a disegnare queste figure con una dimensione doppia o tripla; questo sarà un eccellente mezzo d' abituare l' allievo a questa parte difficile del disegno che consiste a ritenere le linee nella stessa direzione a fronte delle lunghezze proporzianali ; e in conseguenza a ridurre così un disegno dato a dimensioni minori.

VI. *Delle projezioni.*

Un disegno, esatto che sia, può ben dare l' idea della forma esteriore dei corpi, e delle loro situazioni scambievoli; ma non potrebbe servir di guida sicura all' operajo, che vuol dedurne la figura e le dimensioni dei pezzi, ch' entrano nella loro costruzione, poichè nessuno di questi pezzi vi è veduto sotto la forma sua vera, e che lo scorcio della prospettiva ne alteri la grandezza, e la situazione relativa. Una volta, per esempio, l' elevazione di un' armatura di legname, una inferriata, una porta sono composti di pezzi di unione, di cui ciascuno dev' essere precedentemente tagliato e preparato di maniera da non aver bisogno d' alcuna correzione per occupare il suo luogo nell' insieme, e legarsi colle sue vicine. Similmente una macchina, un orologio, un mulino ec. deve avere le sue rotaje tagliate e travagliate a parte di maniera, che ciascuna messa nel suo sito s' ingrastri liberamente, e funzioni con precisione. Or, come sperare, che un disegno, il quale non mostra il più delle volte, che le parti esteriori, e che non attribuisce alle linee, che delle lunghezze, e delle posizioni apparenti possa fornire all' artista delle misure assai precise, perchè ciascun pezzo fabbricato a parte entra nella costruzione generale nel sito, che vi deve occupare, e con le forme, e le dimensioni rigorosamente convenevoli al suo uso?

Ciocchè non puossi ottenere da un disegno ordinario, trovasi facilmente per le *projezioni*: ecco ciò che noi faremo vedere. Non abbiamo in progetto d' esporre quì tutt' i dettagli d' una teoria, che faccia il soggetto di opere intere, e che sia troppo estesa per esservi completamente analizzata. Ma noi possiamo dare un' idea precisa di questa teoria, indicándone i principii più utili, e mostrandone gli usi assai importanti per bastare ai bisogni più ordinarii delle arti: è questo l' oggetto, che noi ci proponiamo.

Si chiama *projezione d' un punto sopra una retta, o sopra un piano* (1) *il piede della perpendicolare abbassata da questo punto sulla linea o sul piano.* A è la projezione di B su CA (fig. 30, tav. II) nella

(1) Vedi la nota, pag. 128.

figura 29, ove gli oggetti si veggono in prospettiva, perchè vi si possa prendere facilmente una idea esatta della disposizione delle linee nello spazio, e dove FG rappresenta un piano orizontale, e GH un piano verticale, *q* ed *n* sono le projezioni del punto *b* sovra questi piani. Ed è da osservarsi, che le rette *qh*, ed *nh*, tirate perpendicolarmente sulle intersezioni OG dei due piani, si rincontrano in un punto *h* di questa linea, poichè il piano verticale *bnhq* è perpendicolare a questa retta OG, come anche ai due piani FG, GH. La linea *bn*, o la sua eguale *qh* è la distanza dal punto *b* nello spazio al piano verticale GH: *bq* o *nh* è l' elevazione del punto *b* al disopra del piano orizontale FG.

Immaginiamo due piani, l'uno orizontale FG, l' altro verticale GH (fig. 29) ed una retta *bc* situata come si vede nello spazio. Se da tutti i suoi punti si tirino delle perpendicolari al primo piano FG per avere le proiezioni dei punti della retta, i piedi di queste linee andranno a segnare su questo piano FG la linea retta *pq*, che sarà la projezione orizontale di *bc*. Così ancora, le perpendicolari tirate sul piano verticale GH daranno la projezione verticale *mn*.

Così la projezione di una retta *sopra un piano è una altra retta, di lunghezza e di direzioni differenti, che determinano le projezioni delle sue due estremità, o dei due suoi punti presi donde si vorrà sulla sua lunghezza.*

Se non si dasse che la projezione *pq* (fig. 29) non si potrebbe conoscere, nè la lunghezza, nè la posizione della retta *bc* nello spazio, poichè altre rette, come *ik*, *ba* hanno ancora *pq* per projezione : in effetto la retta *ih*, per esempio, si projetta ancora secondo *pq* sul piano FG, egualmente che una infinità d' altre linee situate nel piano *pcbq*, e terminate alle stesse verticali *pc*, *bq*. Così la projezione verticale *mn* non determina maggiormente la lunghezza *bc*. Ma se si danno ad un tempo le due projezioni *pq*, *mn*, la direzione, e la lunghezza di *bc* sono determinate. Di fatti, tirando pei punti estremi *m*, *n*, *b*, *c* delle orizontali *nb*, *mc*, *ba*, *nf*, e delle verticali *qb*, *pc*, *hn*, *md*, queste linee per le loro intersezioni daranno il triangolo *bca*, che è rettangolo, *a* è un angolo retto; e come i due lati *ba*, *ca* sono eguali ai dati *pq*, *mf*,

questo triangolo sarà facile a costruirsi. Si tirerà (fig. 30) CA eguale a *pq*, la perpendicolare AB eguale a *mf*: si tirerà la retta CB, e questa linea CB sarà la lunghezza della retta *cb*, l' angolo C sarà la sua inclinazione all' orizonte.

Dunque: *la lunghezza di ogni retta nello spazio è il più gran lato d' un triangolo rettangolo, di cui i due lati dell' angolo retto sono l' uno la projezione orizontale della retta, l' altro la differenza del livello delle due estremità della sua projezione verticale.* Questo principio, facile a concepirsi è d' una costante applicazione.

Quando si projetta una linea, o un cerchio, o una curva qualunque sopra un piano parallelo, questa figura vi si trasporta nella stessa forma, e nella stessa grandezza. È così che la retta orizontale *ba* (fig. 29) è eguale alla sua projezione orizontale *pq*; come *ca* lo è ad *mf*; che nella tavola della settima classe i cerchi superiori della fig. 16 hanno un cerchio eguale per projezione orizontale, che nella figura 15 della stessa tavola la projezione verticale d' una delle basi del cilindro, è l'altra base; che nella tavola della quarta classe i prismi retti delle fig. 15, 17, e 21 hanno la base inferiore eguale alla superiore, di cui essa è la projezione orizontale.

Ma se il piano di projezione non è parallelo a quello della superficie, l' uguaglianza non sussiste più. Un cerchio, per esempio, si projetta secondo un ellissi; un ellissi è projettata secondo un' altra ellissi. È così che nella figura 31, tavola II, che è in prospettiva, se si projetta il cerchio o l' ellissi *ab* sull' orizonte, si ottiene l' ellissi *cd*. Il grande asse *cd* di questa è la projezione del grande asse *ab* della prima sull' orizonte; il piccolo asse *fe* è la projezione del piccolo asse *gh*. Ed è la sezione *cdfe* d' un cilindro obliquo *cdba* per un piano perpendicolare alle generatrici, essendo la base *agbh*.

La medesima ellissi *cd* è la projezione di tutte le curve descritte alla superficie di questo cilindro retto. Dare una projezione non basta dunque per ritrovare la curva projettata; ma se si danno le projezioni orizontale e verticale, come si ponno trovare gli assi della curva projettata, questo è facile a descrivere.

Ora che sappiamo projettare le rette, i cerchi, e le

ellissi, posso rimontare da queste projezioni alle figure stesse: veniamocene alle applicazioni.

I geografi, gli agrimensori, gli architetti danno il nome di *piano geometrico*, o semplicemente di *piano* a ciocchè noi abbiam chiamato *projezione orizontale*, e siccome accade spesso, che in effetto la base della costruzione di una fabbrica, di un parco, di una campagna, che si voglia rappresentare, è una superficie orizontale, almeno quando il terreno non ha montagne o avvallamenti, il piano rappresenta le grandezze e le disposizioni vere degli oggetti. (V. pag. 128).

Una projezione verticale è ciocchè si chiama nelle arti una *elevazione*, quando è destinata a rappresentare un oggetto veduto di prospetto, come il prospetto di un edifizio. Se viene osservato lateralmente e secondo una dimensione stretta, si dà alla projezione verticale il nome di *profilo*. Infine si chiama *spaccato*, quando si destina a mostrare l' interno di un corpo, d' un edifizio, d' una macchina. Sembra allora, che l' edifizio sia tagliato da un piano verticale parallelo al muro dirimpetto, piano che apre l' edifizio in tutta la sua altezza, e ne lascia vedere l' interno, come se si fosse abbattuto il muro tagliato da questo piano. Si fa uso di tagli, e d' elevazioni secondo le differenti direzioni che s' indicano sul piano, rimarcandovi le linee, secondo le quali questi piani verticali sono elevati, affine di mostrare l' oggetto sotto tutti gli aspetti in relazione de' quali interessa di farlo conoscere.

Le figure della settima tavola sono delle projèzioni verticali, o piuttosto de' tagli fatti seguendo l' asse di rivoluzione dei corpi. Noi abbiamo date nella duodecima, e tredicesima tavola parecchie projezioni per mostrare la forma, o l' uso degli oggetti. Tali sono i diversi pezzi di lavori di falegname, di ferrajo, delle unioni di armature di legname, dei tagli, e delle elevazioni di edifizii, di giardini, di macchine, ec. Vedete la spiegazione seguente.

Conchiudiamo da ciocchè è stato detto fin quì, che in generale *ogni prisma o cilindro elevato perpendicolarmente ad un piano, vi si projetta secondo la sua base, come tutte le figure disegnate sulla loro superficie*: un piano verticale è projettato sull' orizonte secondo una retta, come anche tutto ciò che si è disegnato su questo piano: una trave verticale l' è secondo il rettangolo della

sua base ec; le projezioni verticali di un prisma retto, di cui la base è situata sull' orizonte, sono delle verticali elevate da ciascun angolo di questa base.

Veniamo ora al caso ove le linee del corpo che si vuol rappresentare, non sono più parallele, nè perpendicolari ai piani delle projezioni, ed è questo il caso più generale: ci sforziamo, è vero, d' evitare questo genere di disposizione, che non permette più di concepir così facilmente i disegni, nè di dedurne le costruzioni da farsi.

Concepite, che dal contorno di ciascuno de' pezzi, che fanno parte di un sistema, come una macchina, un apparecchio chimico, ec. si sieno abbassate delle perpendicolari sopra un piano orizontale, che s' immagina situato al di sotto, e come servendo di sostegno.

Queste linee lasciano la loro improuta sul piano; vi determinano un disegno, che è la projezione orizontale del l' oggetto. Noi abbiamo spiegato che questa sola figura non basterebbe a dare una idea completa di quest'oggetto, anche non supponendolo molto complicato. Fate la medesima costruzione per un piano verticale preso a piacere, e voi avrete egualmente la projezione verticale del corpo. Ben inteso, che avrete cura di scegliere fra tutti i piani verticali che s' immaginerebbero disposti intorno all' oggetto, quello che dà alle projezioni forme più semplici, più facili a disegnarsi e a concepirsi, affinchè facilmente si possa comprendere la disposizione generale e l' artifizio delle parti. E come può accadere, che il sistema sia composto di maniera, che un certo piano verticale sia adattato al fine, che noi abbiamo indicato, quando si considerano alcuni pezzi, e non lo sia per altri, sarà sovente utile di disegnare alcune projezioni sopra due piani verticali, ed ancora di dare diversi tagli e profili dell' insieme, o di qualche parte.

Nella figura 34 bisogna concepire la parte MNQ di questo piano, come anche tutto ciò che vi si trova disegnato, raddrizzato ad angolo retto sopra MNP, come sarebbero due foglietti di un libro mezzo aperto; il piano MNP sarà orizontale, ed MNQ elevato al di sopra di MN sarà verticale. Un punto nello spazio sarà dato (come fig. 29) per le sue due projezioni q e b sopra questi piani. Bisogna concepire, che da questo punto, che non è rappresentato nella figura 34, si è abbassata una verticale, che ha incontrato l'o-

rizonte in *q*, e che si è tirata una perpendicolare al piano MNQ, che ha incontrato questo piano in *b*. Se si è ben compresa la figura 29, si vedrà che *la linea bq, che unisce le due projezioni, è sempre perpendicolare ad MN*, che *bK* è l' altezza del punto, di cui si tratta, al di sopra di *q*, e che *qK* è la sua distanza al piano verticale. Considerando successivamente tutti i punti di una retta nello spazio, si avranno le projezioni orizontali disposte secondo una certa retta, come *kq*, e le verticali, secondo un'altra retta *ab*; e queste due projezioni serviranno a determinare la situazione della nostra retta nello spazio, nel modo che sarà spiegato.

E gettando gli occhi sopra queste projezioni, difficilmente si conosce all' istante l' oggetto così rappresentato: vi bisogna qualche esercizio, perchè l' intelligenza possa coordinare le parti, e che l' immaginazione pervenga a mettere nello spazio ciascuna linea al suo sito.

Per esempio la figura 29, che è in prospettiva, rappresenta una retta *bc*, e le sue due projezioni *pq*, *mn*: nella figura 33, *pq* è la projezione sul piano orizontale MNP, e *ab* è la projezione sul piano verticale MNQ d'una retta nello spazio: e dico che questa retta è assai meglio rappresentata in questa figura 33, che nella prima; poichè nella figura 29, di cui l' occhio apprende bentosto la disposizione, non è possibile di trovarvi con un compasso la vera lunghezza della linea, nè la sua inclinazione, nè le distanze dell' uno dei suoi punti ai piani FG, GH.

Al contrario sulla figura 33, che l' occhio a prima vista concepisce meno facilmente, queste lunghezze, questi angoli sono ben facili a disegnarsi. Immaginiamo sulla linea *pq* un piano drizzato verticalmente; è in questo piano dov' è situata la retta, di cui si tratta; ma come essa vi sta, e sotto quale direzione? Ciò ce lo farà conoscere la projezione verticale *ab*; poichè bisogna rappresentarsi, che vi ha nel piano verticale elevato sopra *pq* una retta situata in modo che tutte le estremità delle perpendicolari tirate dai suoi diversi punti al piano verticale MNQ, si dispongono secondo *ab*. Dopo ciò, il punto che si vede projettato in *c*, ed in *l* (due projezioni da un medesimo punto sono sempre situate sopra una retta perpendicolare a MN, come si è spiegato quì sopra) è elevato da *ck* al di sopra del punto *l*, distante da *kl* del piano verticale MNQ; val dire che la verticale elevata sù di *l*, ha l'altezza di *ck*, e l'orizontale elevata

in *c* ha la lunghezza di *kl*: questo punto nello spazio è dunque benissimo definito, ed assai facile a rappresentarsi. Così pure il punto projettato in *l* e *c'* è elevato da *c'k'* al di sopra di *l'*, e distante da *k'l'* del piano verticale MNQ.

Il punto projettato in *q* ed in *b* è elevato al di sopra di *q* dell'altezza *qb*, la sua distanza al piano MNQ è zero: così *b* è il punto, ove la retta nello spazio viene a colpire questo piano verticale. Il punto projettato in *p* ed in *a* è distante di *ap* dal piano MNQ, ed elevato come zero al di sopra di *p*; dunque *p* è il punto, dove la nostra linea tocca il piano orizzontale MNP; dimodochè è ben facile di figurarsi in un piano una retta che trapassa l' orizonte MNP in *p*, e va in *b* a toccare il piano MNQ drizzato verticalmente sopra MN.

Dopo ciò il triangolo rettangolo *abc* della fig. 29, che non è che una rappresentazione in prospettiva, sarà facile a descriversi nelle sue vere dimensioni, fig 33. in *ibq*: si prende la lunghezza *iq* eguale a *pq*, e si tira *ib*; *ib* è la vera lunghezza della porzione della retta che va da *p* in *b*. Ciò è come se si fosse fatto girare il piano verticale innalzato sopra *pq* intorno la verticale *qb*, come sopra una cerniera, fino a che *pq* sia venuto a situarsi sovra *qi*. L'angolo *biq* è dunque l'inclinazione della retta sull' orizonte; o l' angolo che essa fa con *pq*.

E se si tratta di una porzione della retta, come quella, che è projettata in *ll'* *cc'*, si tirerà da *c* una verticale *ck*, e da *c'* una orizontale *nh*, sulla quale si prenderà *hn* eguale a *ll'*; si tirerà *cn*, che sarà la lungezza domandata. L' angolo *n* sarà la sua inclinazione. Il piano verticale innalzato sopra *ll'* s' immagina aver girato intorno la verticale elevata in *l* per disporsi parallelamente al piano MNQ, e si è projettata la linea su questo piano in questa situazione, dov' essa conserva la sua vera lunghezza.

In generale (fig. 29.) *la lunghezza d' una retta* be *nello spazio è l' ipotenusa d' un triangolo rettangolo* bca, *di cui la base* ba *è la projezione orizontale* pq *della retta, e di cui l' altezza* ac *è la projezione verticale* mf. *Tirando* (fig, 30.) CA, ed AB eguali a queste projezioni rispettive, e tirando BC, si ha la lunghezza cercata. Le projezioni di una retta non hanno sempre la disposizione rappresentata dalla figura 33; nella fig.34 queste projezioni sono *kq* e *bh*: il punto projettato in *q* e *b* è

alto quanto bK al di sopra di g, e distante quanto Kq dal piano MNQ. Egli è facile il vedere che il punto projettato in s ed a, ha l' altezza di zero al di sopra di s, di modo che la retta nello spazio tocca il piano orizontale in s; e partendo da questo punto, essa si eleva verso il lato dritto al di sopra di sq, allontanandosi dai due piani delle projezioni MNP, MNQ. La lunghezza proiettata in sq ed ab, è ancora ib, come prima, ed i è la sua inclinazione coll' orizonte, o l' angolo che fa con sq.

Ma che sarà essa al di sotto di s dopo aver passato l'orizonte? Il punto projettato in h e k è abbassato quanto kh al di sotto di k, e la sua distanza al piano verticale è zero: così h è il punto, dove la retta tocca il piano MNQ. Ma al di sotto di MNP, hk è l'analoga di bK e non di Kq, poichè questa parte hk della figura è disegnata sul prolungamento del piano verticale al di sotto di MN, che quando è ripiegto sul foglio della figura, si trova confuso col piano MNP, sul quale egli è applicato.

Due rette parallele nello spazio hanno le loro projezioni parallele: ma le projezioni di due perpendicolari non sono perpendicolari tra loro. Nella fig. 33 una retta è projettata secondo pq e ab: abbiam veduto ch' essa tocca i piani delle projezioni l' uno in p, l' altro in b, e che traversa lo spazio andando dal primo punto al secondo, facendo l' angolo i con l' orizonte, o con pq. Un' altra retta parallela a questa è projettata secondo tv e gf, linee rispettivamente parallele a pq ed ab; la prima è in un piano verticale innalzato sopra pq: la seconda altrettanto inclinata all' orizonte, è in un piano verticale elevato al di sopra di tv, parte di un punto dello spazio elevato di ga al di sopra di t, e va a toccare il piano verticale in m al di sopra di v. Si troverebbe facilmente il punto d' incontro con l'orizonte, prolungando fg verso M, come anche vt.

Noi non potremmo, senza eccedere i limiti prescrittici dalla stessa natura di quest' opera, entrare negli sviluppi più estesi sulla teoria delle projezioni. Ma ciocchè ne abbiam detto, ci sembra bastare all' intelligenza delle figure che compongono le tav. 12 a 15, rappresentando dei piani, tagli, elevazioni di macchine, apparecchi, ornamenti d' architettura, ec: frequentemente impiegati nelle arti.

Il maestro dovrà dapprima occuparsi di ben comprendere ciocchè precede: poi proporzionando gli sviluppi all'intelligenza degli allievi, e alla natura delle figure, che fanno il soggetto delle sue dimostrazioni, dovrà sforzarsi di far comprendere questi principii, applicandoli a queste figure. Si è avuto cura, ch' esse fossero disposte in un ordine facile a seguirsi, perchè esse sono sempre più composte, ed essendo ciascuna quasi così semplice, come quelle che la precedono, e la siguono, non si deve provare che poca difficoltà a concepire gli oggetti, che rappresentano. Le particolarità che seguono, termineranno di schiarire tutti i dubbii.

La determinazione dei diversi punti d' un disegno per le lunghezze delle linee perpendicolari abbassate da questi punti, e per le loro distanze, come è stato spiegato nelle fig. 17 *bis*, tav. I, è il processo, che i geometri adoperano per descrivere le curve, e calcolarne le proprietà chiamano *coordinate* le due lunghezze perpendicolari fra loro che fissano la situazione d' un punto; AG, e GB sono le due coordinate del punto B; AH, e HE son quelle del punto E, ec. Abbiam già dimostrato, pag. 151. la maniera di determinare i punti delle curve coll' ajuto di questo sistema delle rette; ne vedremo da qui a poco l' applicazione più importante.

SVILUPPI

RELATIVI ALLA 12.ª TAVOLA.

La figura 1. rappresenta l' elevazione di un telajo di finestre a lastre, la figura 2. n' è lo spaccato, la 3. la pianta; ma come vi sono dimensioni troppo piccole per esser ben comprese e bastare all' esecuzione dei pezzi, se ne sono rappresentate le connessure in grande nelle figure 4, e 7; di cui ecco la spiegazione.

Le figure 4 e 5 sono le parti della pianta del telajo: *a* il telajo maestro, *b* il battente del telajo, *c* la traversa, *a* il battente a gola di lupo, *e* la parte laterale, *f* la noce, *g* l' incavo dei gangheri.

Le figure 6 e 7 sono le parti dello spaccato in elevazione: *a* traversa del telajo maestro, *b* traversa del telajo, *c* listella di legname, *d* paracqua, *e* pezzo d' ap-

poggio, *f* sporto. Queste figure 6 e 7 sono riputate verticali, ma ribattute sull' orizonte per occupar meno luogo sulla carta.

Le figure 8, 9, e 10 sono l' elevazione, profilo, e pianta di una porta armata a gran quadro. La figura 11 mostra il dettaglio ingrandito dello spaccato in elevazione, e la figura 12 quello della pianta per mostrarne l' assieme: *a* è l'edifizio, *b* il gran quadro, *c* il quadrello, *d* il battente d' uscio.

Le figure 13 e 16 sono l' elevazione, e la pianta di una grande inferriata: *a* è il somiere, *b* la prima traversa, *c* le traverse formanti i fregi all'altezza della serratura, *d* le traverse formanti i fregi della testa, *e* le spranghe, *f* le spranghe che ricevono i sostegni, *g* le spranghe che ricevono i battenti e la spagnoletta, *h* i cardini, *i* la cerniera, *k* i fregi rotondi, *l* le lance, *m* le punte delle spranghe.

Le figure 14, 15, 17, 18, e 19 rappresentano le parti sotto più grandi dimensioni per farne meglio concepire la connessura.

La figura 14 è la pianta delle spranghe che ricevono i battenti, la spagnoletta, e la serratura; *a* le spranghe, *b* i battenti, *ef* la spagnoletta, *df* il manico con un bottone chiudendo sulla serratura in *de*.

La figura 15 mostra la spagnoletta in elevazione, come il manico e la serratnra; *a* la spagnoletta, *b* l'ingastro che riceve il manico, *ef* il manico, *d* l' entrata, *e* la serratura.

La figura 17 è il profilo del cardine sul quale gira la inferriata: *a* somiere che porta la sua testa; *b* incavo, *c* passaggio della vite *dg*, vite che forma il cardine, *e* buco per girare la vite (introducendovi una barra da leva) *f* dado, portando uu arpione sul quale gira la vite *dg*, ed il peso della inferriata; *g*, *g* sono delle parti in acciajo sul cardine, e sull' arpione. Basta girare la vite *dg* per innalzare o abbassare la inferriata, secondo che si vuole.

Le figure 18 e 19 sono: la prima lo spaccato; la seconda la pianta della cerniera; *a* traversa, *b* spranghe, *c* testa, *d* doppia gamba, *e* gamba semplice.

La figura 20 è l' elevazione di una incavallatura d' una tettoja armata in legno tale come faceasi altra volta.

La figura 21 è quella di una incavallatura di una tetto-

ja piegata alla mansarda. Queste costruzioni non si trovano più che nei vecchi edifizii, poichè si rendono attualmente meno pesanti, e meno costose. La figura 22 ne dà la forma usitata oggigiorno.

Come i nomi di ciascun pezzo di legno sono scritti sulla tavola, così è inutile di ripeterli qui.

La figura 23 è quella di una grande tettoja in elevazione tale come è costruita al teatro dell' Odéon a Parigi. Si riservano queste disposizioni pel caso, dove si vuole ricoprire un grande edifizio. Non si è rappresentata nella figura che una metà dell' incavallatura, poichè l' altra è assolutamente la stessa. Il pezzo di legno sul quale vengono a portarsi la trave che regge l'asinello, ed i puntoni *bb*, è ciocchè si chiama una *chiave pendente*, che tien luogo di monaco, ed è frequentemente impiegata in tutte le tettoje. Delle spranghe di ferro legano questa chiave in alto con tre pezzi di legno, e nel basso con l' asticcinola, e l' asticciuola rilevata, se ve n' ha una; e si sostengono i puntoni verso il loro mezzo con un'altra chiave pendente, quando si è obbligato di farli molto lunghi. Come conveniva di mostrare questa chiave sopra un' altra faccia, si è messo qui il profilo, che per risparmiare lo spazio, si è duto situarla nella figura stessa, benchè questo non fosse il luogo.

La figura 24 è il piano della parte del puntone ove si trova *l' addentatura con un saettone* : i carpentieri chiamano così il taglio che loro serve a riunire solidamente due capi di armatura di legname per farne un solo, quancredo essi non hanno legno di lunghezza assai grande per fare un puntone di un solo pezzo.

SVILUPPI

RELATIVI ALLA 13. TAVOLA.

La figura 1 rappresenta il taglio, e la 5 l' elevazione di uno dei Conventi d' Italia a Giulianella, presso Velletri. La semplicità dell' ordine forma la bellezza principale di quest' edifizio. Le linee non presenteranno alcuna difficoltà di operare ad allievi già esercitati alle costruzioni precedenti.

I dettagli, che nelle due figure si corrispondono verticalmente, appartengono a parti situati negli stessi piani verticali, atteso che sono due projezioni verticali fatte sopra due piani paralleli. Quest' esempio ci è sembrato convenevolissimo per far comprendere la differenza di un taglio e di una elevazione, e per mostrare i dettagli, che sono alla medesima altezza l' uno in faccia dell' altro.

La figura 4 è la pianta di una delle piazze di Brescia in Italia.

La figura 2 è l' elevazione, la figura 3 la pianta di un edifizio sopra questa piazza.

La figura 6 è il taglio, la figura 7 la pianta, e la figura 8 l' elevazione di un ospedale a Empoli in italia.

La figura 9 offre la pianta del campo di Marte, e della scuola militare in Parigi. La maestà è la grandezza di queste disposizioni fanno un bel soggetto di studio.

Le stesse osservazioni, che abbiamo fatte pei due primi disegni, devono applicarsi a questi ultimi sette. Il resto della tavola si rapporta a soggetto di meccanica che sono di molto uso.

La figura 10 è la divisione di una tromba aspirante. Il maestro potrà profittare di questo esempio per istruire i suoi allievi degli effetti di questa macchina, e mostrar loro come il giuoco, *delle due valvole e dello stantuffo* forza l' acqua a salire: *ab* è il livello dell' acqua nel serbatojo, dove si tuffa il *tubo d' aspirazione cd*, e che chiude al di sopra la valvola *d*. Lo stantuffo *f* fornito tutto d' intorno di un cuojo, chiude ermeticamente il corpo della tromba *kl*: esso è solidamente fissato ad una staffa di ferro *g*, che tira e spinge successivamente l' asta *gi*. Una valvola *h* apre e chiude alternativamente un canale *f*, che attraversa lo stantuffo nella sua lunghezza, l' aspirazione rendendo vuoto il tubo inferiore, quando si eleva lo stantuffo, costringe l' acqua a salire per la pressione dell' aria esterna sopra l' acqua *ab* del serbatojo, poichè la valvola *d* si apre, e poiché quella *h* resta chiusa; ed allorchè si ricala lo stantuffo, è al contrario quest'ultima *h* che si solleva per lasciar passare l' aria, o l' acqua al di sopra dello stantuffo, mentre l' altra valvola *d* resta chiusa sotto la pressione.

La figura 11 è la elevazione, e la fig. 12 la pianta della macchina *degli ortolani* per attingere l' acqua da un

pozzo *a*, coll' ajuto di una botte *b*, e versarla in un bacino *c*, donde essa scorre per dove si vuole.

La corda *de* passata sulla carrucola *e*, tira la botte, e si avvolge sull'argano quando se ne fa girare l' albero verticale *pq*; questo albero è messo in movimento da un cavallo, che è legato in *f*, o da un uomo che agisce sulla estremità della barra *fg*, e che gira intorno all' albero *pq*. La corda girando sull' argano fa salire una delle botti, e discendere l'altra: bisogna far girare l'albero in senso contrario per fare a vicenda salir quella che s' è ripiena, e discendere la prima, che s' è vuotata.

La figura 14 è un *cric* destinato a sollevare i pesi.

La figura 13 rappresenta una *serratura a becco di canna*, che s' apre e chiude, volgendo un *bottone*.

SPIEGAZIONI

RELATIVE ALLA 14 TAVOLA.

È facile giudicare dalla moltitudine e complicazione dei dettagli che si veggono su questa tavola, ch'essa non deve essere proposta per modello, se non ad allievi già esercitati, e che sono già abili a disegnare le figure delle prime cinque classi, *sì coll' ajuto della riga, e del compasso, che senza il soccorso degl' istrumenti.*

Saranno dunque i più istruiti allievi, che dovranno disegnare la quattordicesima tavola. Terminati gli esercizii di disegno per l' intera scuola, procederanno essi ancora a questo genere di travaglio (1), affinchè gli ammonitori dopo aver istruiti gli altri, possano scambievolmente instruirsi tra loro, e fare il dovuto profitto.

Il piccolo numero degli allievi, che riguarda questo soggetto, permette di lasciare a ciascuno l' uso d' un quadro nero per lui solo. Si potranno intanto, se ve n' è bisogno, mettervi due allievi che disegneranno insieme le figure delle tavole da 9 a 16. Qui dunque non vi sono più

---

(1) Nelle scuole di mutuo insegnamento, si sa che gli ammonitori procedono tra loro all'esercizio della lettura; così gli ammonitori essendo i soli capaci di disegnare le tav. 12 a 16, questo modo è conforme all' ordine stabilito in queste scuole.

comandi, nè gara a chi farà meglio. Ciascuno rimane in balìa della sua sola naturale attitudine, e dei consigli, che il maestro può dargli.

Questi allievi non dovranno dapprima disegnare i dettagli di fregio, di capitello, ec. a causa della complicazione di queste figure, questo travaglio esige una mano già esercitata. Ma essi si applicheranno sopratutto a mettere insieme le grandi parti, e a dar loro le proporzioni, che ne fanno la grazia. Queste grandezze sono indicate sulla tavola con dei *numeri*: è utile di dare a questo soggetto alcuni schiarimenti per istruzione del maestro, che dovrà communicarli ai giovani disegnatori.

Considerando la disposizione regolare delle parti di un edifizio, se ne sono composti quattro modi differenti, che si chiamano *ordini d' architettura;* cioè *l' ordine Toscano*, il *Dorico*, il *Ionico*, ed il *Corintio*. Si distinguono in ciascuno tre parti principali: la *colonna*, il *cornicione* che la sormonta, ed il *piedistallo* che la sostiene: quest' ultima parte manca sovente, ed è rimpiazzata da un solo *plinto*: l'ordine é allora ridotto alle due altre parti. Qualche volta lo stesso edifizio non ha colonne: ma ciò non impedisce, che si dica che esso sia costruito sovra il tale o tale altr' ordine, a causa delle proporzioni ossorvate nel complesso delle sue parti.

L' ordine corintio si distingue per la ricchezza delle sculture, che decorano il suo fregio: la tavola offre un esempio di questo genere di ornati, che si variano d' altronde all' infinito. Il capitello della colonna è anche rivestito di due ordini di foglie, e di otto *volute*, come si vede rappresentato nella tavola.

L' ordine ionico è rimarchevole per le *volute* del suo capitello. V. la 15 tavola, fig. 1.

L' ordine dorico ha il suo fregio ornato di *triglifi*, e di *metope*, come si vede rappresentato alla tavola 14.

L' ordine toscano il più semplice ed il più solido di tutti, non ammette alcun ornamento.

Oltre questi caratteri i diversi ordini sono ancora distinti per le proporzioni, che ne regolano le parti, come verrà esposto.

Nulla diremo quì d' un quinto ordine chiamato composito, poichè è composto dal *Ionico*, e dal *Corintio*; neppure degli ordini antico, gotico, alemanno, arabo:

non diamo qui un trattato d'architettura, giacchè usciremmo dai limiti proposti.

Paragonando i diversi monumenti, che gli artisti hanno creduto degni di esser presi per modelli a causa del gusto, che vi si osserva, si sono riconosciute tra le loro parti delle proporzioni, che han servito di regola per imitarli. Non perchè esistono veramente delle relazioni rigorose; che non si sieno giammai distrutte: l'arte non ha quelle regole fisse, che si trovano nelle scienze. Bisogna solamente concepire, che certe proporzioni essendo state più ordinariamente impiegate, e dietro l'opinione di tutte le persone di gusto, essendo le più convenevoli, questo sistema deve essere riguardato come una regola, da cui non è permesso d'allontanarsi senza motivo. Il disegnatore, che si restringe ad osservare queste proporzioni si mette al coverto delle critiche, produce un effetto gradevole all'occhio, e può far conto del suffragio delle persone dell'arte.

Nell'osservanza di questi precetti, gli artisti fanno consistere la *purezza delle forme.*

Ecco le relazioni, che si devono stabilire tra le parti principali degli ordini architettonici.

In tutti gli ordini il cornicione ha per altezza il quarto della colonna, il piedistallo il terzo.

Ciascuna di queste parti è suddivisa in tre; cioè

Il piedistallo in *cornice, dado*, e *base.*

La colonna in *base, fusto*, e *capitello.*

Il cornicione in *architrave, fregio*, e *cornice.*

Si avrà cura di proporzionare la grossezza della colonna giusta il suo ordine alla sua altezza, ed all'elevazione totale dell' edifizio.

La colonna toscana comprendendovi la sua base ed il capitello, ha per altezza sette volte il suo diametro: la dorica otto volte: la ionica nove: la corintia dieci.

Anche le suddivisioni sono regolate su questa scala, ciocchè ha fatto dare il nome di *modulo* al raggio della colonna, o alla sua semi-grossezza, che una volta determinata, dà a vicenda l'altezza del *fregio*, della *cornice*, e del *fusto* ec.

Questo *modulo* è diviso in 12 lunghezze eguali nei due primi ordini, ed in 18 negli altri due: queste frazioni sono chiamate parti. Osservansi a piede della tavola due scale così sudddivise.

Daremo i numeri dei *moduli*, che per ciascun ordine convengono alle suddivisioni.

ORDINE TOSCANO.

COLONNA *moduli* 14

Base	1	14
Fusto	12	
Capitello	1	

CORNICIONE *moduli* 3 $^1/_2$

Architrave	1	3 $^1/_2$
Fregio	1 $^1/_6$	
Cornice	1 $^1/_3$	

PIEDISTALLO *moduli* 4 $^2/_3$

Cornice	$^1/_2$	4 $^2/_3$
Dado	3 $^2/_3$	
Base	$^1/_2$	

In tutto moduli 22 $^1/_6$, e senza piedistallo moduli 17 $^1/_2$
L' intervallo delle colonne, che si chiama inter-colunnio è di moduli 4. $^1/_2$.

ORDINE DORICO.

COLONNA 16 *moduli*

Base	1	16
Fusto	14	
Capitello	1	

CORNICIONE *moduli* 4

Architrave	1	4
Fregio	1 $^1/_2$	
Cornice	1 $^1/_2$	

PIEDISTALLO *moduli* 5 $^1/_3$.

Cornice	$^1/_2$	5 $^1/_3$
Dado	4	
Base	$^5/_6$	

In tutto 25 moduli $^1/_3$, e senza piedistallo 20 moduli. L' inter-colunnio è di moduli 5 $^1/_2$.

ORDINE JONICO.

COLONNA *moduli* 18

Base	1	18
Fusto	16 $^1/_3$	
Capitello	$^2/_3$	

CORNICIONE *moduli* 4 $^1/_2$.

Architrave.	1 $^1/_4$	4 $^1/_2$
Fregio	1 $^1/_2$	
Cornice	1 $^3/_4$	

PIEDISTALLO *moduli* 6

CORNICE	$^1/_2$	6
Dado	5	
Base	$^1/_2$	

In tutto moduli 28 $^1/_2$, e senza piedistallo, moduli 22 $^1/_2$ L' inter-colunnio è di moduli 4 $^1/_2$.

ORDINE CORINTIO

COLONNA *moduli* 20

Base	1	20
Fusto	16 $^2/_3$	
Capitello	2 $^1/_3$	

CORNICIONE *moduli* 5

Architrave.	1 $^1/_2$	5
Fregio.	1 $^1/_2$	
Cornice	2	

PIED.STALLO *moduli* 6 $^2/_3$

CORNICE	om. 14 p.		
Dado	5m. 4 p.		6 $^2/_3$
Base	$^2/^3$		

In tutto moduli 31 $^2/^3$, e senza il piedistallo 25 moduli. L' inter-colunnio è di moduli 4 $^2/_5$.

Disegnando una delle figure di questa tavola, l' allievo potrà credere, che bisogna formarne tutti i tratti, cominciando da uno, e così procedendo di seguito. Ma questo sarebbe il più sicuro mezzo di non avere che delle figure difforme : ne abbiamo detto altrove la ragione (5 sezione pag. 147). Il maestro deve opporsi a questa maniera di operare. L' allievo deve al contrario delineare dapprima le parti più sporgenti in fuori e più discoste, salvo a distribuire in seguito le parti importanti, ma meno distanti, poscía le parti più ravvicinate, o di un più lieve interesse. Collocate che saranno le masse, si tireranno quindi le altre linee più considerabili, e poi quelle di minore importanza, senza attendere, se queste linee sieno vicine le une alle altre, ma qual' è il loro ordine d' importanza.

Così, per elevare un' ordine di un' altezza data, si dividerà quest' altezza, espressa in metri, col numero dei moduli, di cui è formato l' ordine del quale si tratta : il quoziente sarà il modulo, o il mezzo diametro del *basso* della colonna. Noi diciamo il *basso*, poichè si è trovato, che la colonna ha più grazia assottigliandola verso la sua sommità, ed insensibilmente di un terzo di modulo nei due terzi superiori del suo fusto. Determinato così il modulo, si compone sù questa unità una scala, che serve a dare le altezze di tutte le suddivisioni. Si tira una verticale, sulla quale si portano successivamente le lunghezze della cornice, del fregio, dell' architrave ec; dai punti così determinati si tirano delle parallele orizontali, tra le quali saranno comprese tutte le modanature dell' ordine.

Volendosi, per esempio, sostenere il marmo di un cassettone (comò) con colonne corintie senza piedistallo nè cornicione, e supponendo che l' altezza del mobile sia di 12 decimetri ?

Io divido 12 per 20, numero dei moduli della colonna, e trovo, che il modulo avrà 6 centimetri : ciò sarà l'uni-

tà della scala: la colonna avrà 12 centimetri di grossezza nel basso: il fusto, 10 decimetri di altezza; la base 6 centimetri, e il capitello 14 centimetri.

Viceversa, avvolgendosi la parte inferiore di una colonna con un filo per misurarne la circonferenza moltiplicando per 0, 159 (ved. la 3. sez. pag. 112), se ne rileverà il raggio o modulo, e quindi le altezze dell' edifizio intero, e di tutte le sue parti, secondo l' ordine osservato nella sua costruzione.

Sopra tali principii si eseguono tutte le composizioni di architettura; e così è stato disegnato il tempio ionico della nostra tavola. Motivi di economia ci hanno impedito di disegnarvi gli ordini toscano, e corintio, e ciascuno può supplirvi facilmente dietro il già esposto. Si faranno dunque comporre agli allievi dei profili, ed anche dei monumenti di una estensione, e di un' altezza data nei diversi ordini.

I frontoni sono costruzioni triangolari, di cui l' altezza può molto variare secondo l' estensione. Se ne veggono dei piccoli, di cui l' altezza è il terzo della base: altri sono costrutti sul quarto, sul quinto, e sul sesto. Questa dimensione è rilasciata al gusto dell' artista. Lo stesso si può dire presso a poco delle diverse modanature, che compongono le cornici, i capitelli, ec.

I *pilastri* sono colonne quadrate (paralellepipedi) che di rado si isolano; e s'incastrano nei muri, o nelle opere di legname, e si fanno sporgere circa un terzo, o un quarto di modulo. Del resto i loro ornamenti, i capitelli, base, e finalmente tutte le proporzioni vi sono regolate secondo i precetti dell' ordine che rappresentano.

I *tori ornati*, che si osservano nella tavola, servono spesso a decorare le basi delle colonne.

I *posti*, *a rabeschi*, *palmette* sono ornamenti, che non s' impiegano se non nelle superficie piane, o cilindriche, come i fregi, strisce ec.

Le *intrecciature* si adoperano indifferentemente sulle superficie piane e curve.

Le *gole* possono ricevere diversi ornamenti, di cui ci siamo ristretti a dare due esempii.

La 15 tavola rappresenta delle figure, dove questi ornamenti sono disegnati più in grande

I romani ornavano le *metope* dell'ordine dorico di patere

di vasi, di brucanii (teste di bue), e d' istrumenti adoperati pei sacrificii.

ISTRUZIONI

SULLA 15. TAVOLA.

Affinchè gli ornamenti d' architettura presentati nella 14 tavola fossero proporzionati alle colonne, fregi, cornicioni, ec. destinati ad ornare; abbiam dovute disegnare queste figure in piccole dimensioni.

La 15 tavola offre gli ornamenti sopra una più grande scala per farne meglio comprendere la disposizione.

La figura 2 rappresenta la parte superiore di una *colonna jonica* scannellata col suo capitello a volute.

Il disegno delle *volute* (fig. 1) è soggetto a regole geometriche; le curve sono formate di quarti di cerchio, di cui le estremità si adattano senza garetti, nè soluzione di continuità, e di cui i raggi vanno decrescendo a misura, che queste curve si ravvicinano all' *occhio* circolare, che è nel centro. Ecco la legge di formazione delle volute, che sono nel numero di quattro alla sommità delle colonne dell' ordine jonico.

Il capitello è formato da un filetto, e da una *gola* (ved. pag. 77). Determinata la grandezza del modulo, che regola l' ordine ionico, dividetela in 18 parti eguali. Sotto alla estremità della *gola* tirate una linea verticale, sulla quale porterete 16 di queste parti. Dal 9 punto di divisione come centro, con un raggio eguale ad una di queste parti, circoscrivete un cerchio, che sarà l'occhio della voluta, e nella quale indicheremo i centri dei nostri differenti quarti di cerchio. La fig. 1 *bis* mostra questa costruzione sopra una scala maggiore; i numeri 1, 2, 3, 4, 5 . . . . sono i siti di questi centri consecutivi.

Si tirano nell' occhio anzidetto due diametri, l' uno *ab* verticale, e l' altro *cd* orizontale: poi due altri diametri *ef*, *gh*, a 45 gradi sopra questi, e le corde *ac*, *bc*, *bd*, *ad*, che formano in questo cerchio un quadrato iscritto. I punti d' incontro dei due diametri obbliqui *ef*, *gh*, coi lati di questo quadrato, sono i centri 1, 2, 3, 4 dei quattro primi quarti di cerchio. Così, dal centro 1, descrivete un quarto di cerchio, che cominci sotto la gola, e

finisca all' orizontale del centro ; poi dal centro 2, descrivete un secondo quarto di cerchio di cui prenderete il raggio in modo che quest' arco si unisca all' estremità del precedente , e termini alla verticale. Dal centro 3, descrivete un quarto di cerchio , il quale termini all' estremità dell' ultimo, e risalga all' orizontale ; e dal centro 4, un'altro, che s' unisca a questo , e compisca la prima rivoluzione spirale della voluta.

Si divide in 6 parti eguali ciascuna delle obblique 1,3, e 2, 4 del quadrato dell' occhio , e questi punti di divisione saranno i centri dei quarti di cerchio , che formano le altre due circonvoluzioni della spirale ; questi centri essendo presi nell' ordine dei numeri 5, 6, 7,...12. Ciascun arco deve avere per principio l' estremità dell' arco già fatto , e deve terminarsi o all' orizontale , o alla verticale.

In quanto alla spirale interna si descrive assolutamente nello stesso modo ; ma si retrocede ciascun centro di un quarto di divisione , e il primo quarto di cerchio deve cominciare dal primo punto di divisione , segnato sulla verticale del centro dell' occhio.

Le figure 3 e 4 sono l' elevazione ed il profilo d' una *mensola* coi suoi ornati : la figura 5 ne rappresenta la pianta.

La figura 6 rappresenta gl' *intrecci* : la figura 7 , un ornato d' astragalo, la figura 8, un *toro* ornato.

La figura 9 è un ornato di piedistallo , o di cornice ; rovesciandolo dall' alto in basso può servire di mensola.

Il resto della tavola è destinato a rappresentare alcuni apparecchi meccanici.

La figura 10 è una *morsa* di chiavajuolo.

La figura 11 una *noria* , macchina che serve ad elevare l' acqua da un pozzo.

Delle secchie sono attaccate ad eguali distanze sopra una catena non interrotta . che si avvolge intorno ad un prisma, di cui l' asse è orizontale , e posa sopra due pilastri : una grande ruota dentata verticale è fissata al prisma , ed intreccia i suoi denti con una piccola ruota dentata detta *rocchetto*. Con l' ajuto di un manubrio si fa girare il rocchetto , che tira con se la grande ruota , e fa salire le secchie piene d' acqua , e discendere quelle che salite sopra , si sono piegate e vuotate in una vasca.

Le figure 12 , 13 , 14 , e 15 sono ruote mosse dalla

forza dell' acqua. Quella della figura 12 ha le sue palmette rinchiuse in un fabbricato chiamato truogolo, e riceve l' acqua lateralmente un poco al di sotto dell' asse. Nella figura 13, l' acqua non colpisce le palmette che dalla parte di sotto. L' acqua del serbatojo è ritenuta da una diga, e scorre con rapidità per l' orifizio, che una cateratta lascia aperto.

Le ruote delle figure 14 e 15 ricevono l' acqua nella parte superiore della loro circonferenza: il liquido vi giunge con poca velocità, e la ruota non gira, che sotto lo sforzo del peso dell' acqua che riempie le *cassette* da un sol lato, e si vuota quando per la rotazione la cassetta s' inclina.



REGOLE DELLA PROSPETTIVA.

La prospettiva è la parte dell'arte del disegno, che ha per oggetto di rappresentare i corpi come noi li vediamo, di delinearne i contorni e le disposizioni scambievoli, senz' aver questi corpi sotto gli occhi, e con la sola conoscenza delle loro posizioni relative, e delle loro dimensioni geometriche Non è più dunque una copia, che si vuol fare d' una cosa che si vede, e che si rappresenta tale quale essa comparisce, ma bensì una immagine del tutto simile a quella che noi vedremmo, se ci fosse d' avanti.

Il fondamento di tutta la prospettiva è il seguente. Figuriamoci che uno specchio DNE, figura 35, tavola III, sia interposto tra gli oggetti e l' occhio O del disegnatore, che da quest'occhio O partino dei raggi visuali che ne seguono tutti i loro contorni, e le loro piegature; ciascuno di questi raggi va ad incontrare lo specchio in un punto, ove lascia un' impronta.

Se questa impronta è rivestita d'un colore, e di un'ombra precisamente così intensa come quella, che gli oggetti riflettono, egli è visibile, che si possono sopprimere questi oggetti, e che l' immagine dipinta sullo specchio ne farà così bene le veci, che si crederà di vederla. Questa immagine è ciocchè si chiama prospettiva; la fig. 35 mostra la idea, che si deve attaccare alla supposizione già fatta, realizzandola per un oggetto *HL* rappresentato in *hl*. Non trattando il disegno lineare, nè di ombre, nè di colori, dobbiamo restringerci qui a formare le linee sole, che sono segnate sullo specchio. La prospettiva ridotta a questa semplicità è nulladimeno una scienza così vasta che ha formato il soggetto di voluminosi trattati, e s' intende bene che noi non ci siamo qui proposto d' esporre tutte le teorie contenute in quelle utili opere. Ci contenteremo di dare alcune regole pratiche applicabili ai casi più importanti, senza pretendere di togliere le difficoltà accidentali, che possono incontrarsi in certe circostanze: ed all'oggetto rinviamo gli allievi ai trattati speciali, di cui abbiam parlato.

È così utile ai pittori di conoscere i principii della prospettiva, che *Leonardo da Vinci* consiglia di cominciare lo studio del disegno da quello di questa scienza. Senza credere alla necessità di questa pratica, ci sembra che sia utile per ben

disegnare di conoscere le principali regole della prospettiva, e l'applicazione di queste regole è il fine, che ci siam quì proposto. Dapprima è chiaro, da quanto abbiam quì detto, che *tutte le linee, che sono parallele allo specchio, non cambiano, nè forma, nè direzione*, nell' impronta, che vi lasciano i raggi visuali. Così un cerchio, un quadrato paralleli allo specchio, conservano sempre le loro forme; solamente diminuiscono di grandezza a misura, che s'allontanano dallo spettatore.

La prospettiva d'una linea retta è sempre una retta; ciò è manifesto.

Le linee parallele tra loro, ma che non sono parallele allo specchio, hanno le loro prospettive convergenti in un medesimo punto. Questa regola è facile a concepirsi, poichè quanto più un oggetto s'allontana, tanto è più piccolo l'angolo ottico, sotto il quale lo vediamo. Osservando per esempio, un lungo viale d'alberi, la larghezza è per tutto la stessa, e ci sembra decrescere a misura, che più s'allontana: così gli alberi sembrano sempre più ravvicinarsi, e le due linee parallele vanno convergendosi. Ved. più sotto, pag. 184.

Conveniamo prima sopra alcune denominazioni proprie ad abbreviare il discorso, e su parecchie disposizioni, che faciliteranno i disegni. La *tavola*, cioè il piano NED, fig. 35, sul quale deve essere disegnata la prospettiva, sarà verticale; la linea DE, base della tavola, o intersezione di questo piano con l'orizonte, sarà denominata *linea di terra*; l'oggetto L, da figurarsi sarà dato per la projezione H *sul piano geometrico* HEDI, e per la sua elevazione HL al di sopra di questa projezione orizontale. Potremmo anche projettare verticalmente questo punto L sul piano della prospettiva N DE; ma come queste projezioni si mescolerebbero colla prospettiva stessa, la figura sarebbe confusa. Queste altezze saranno dunque supposte conosciute e date a parte.

La prospettiva d'una retta verticale HL *sarà anche essa una verticale hl*, poichè è parallela alla tavola. L'occhio dello spettatore sarà situato in O, dall'altro lato del piano di prospettiva riguardo all'oggetto HL, e si tratterà di trovare il disegno *hl* dell'impronta lasciata su questo piano dai raggi diretti all' oggetto. Da quest' occhio O sia tirato un piano orizontale ONP; questo piano anderà a tagliare quello della prospettiva secondo una linea orizontale PN, ciocchè si chiama

la linea d' orizonte. È visibile, ch' ogni punto situato sul piano geometrico HIE, come il punto H, ha la sua prospettiva situata al di sotto di questa orizontale PN, e di tanto più vicino a questa linea, di quanto questo punto è più lontano. Dall'occhio O, abbassate una perpendicolare ON sul piano di prospettiva; il punto N, proiezione dell' occhio O su questo piano, è chiamato *punto di vista:* portate quindi la distanza ON sulla linea d' orizonte PN, da N e P, verso la destra o la sinistra, e questo punto P sarà chiamato *punto di distanza.*

Prima d'inoltrarci, è di somma importanza di assuefarsi a queste denominazioni che risparmiano lunghe frasi. Questi termini non sono d' altronde, che al numero di sei, cioè: *Tavola*, *Piano geometrico*, *Linea di terra*, *Linea di orizonte*, *Punto di vista*, *e Punto di distanza.*

Le stesse lettere indicano le medesime cose in tutte le figure, cioè: N il punto di vista, P il punto di distanza, DE la linea di terra, ec.

Per disporre i tratti d'una maniera convenevole alle costruzioni, fig. 36, la linea di terra DE separa la tavola del piano geometrico DEIH; la tavola DENP dev' essere supposto dritto, ed alzato verticalmente sulla sua base DE. La al linea orizonte NP è al livello dell' occhio projettato al punto di vista N, piede della perpendicolare abbassata da quest'occhio sulla tavola; P è il punto di distanza; così l' occhio è allontanato dalla tavola della lunghezza PN.

Bisogna dunque idearsi, che dal punto N si è tirata, in dietro della tavola DEPN, una retta che gli è perpendicolare (ed orizontale); che si è preso sù questa linea, partendo da N una distanza eguale a PN: *l'estremità di questa linea è in dietro della tavola, il sito dell' occhio dello spettatore a riguardo degli oggetti H, H', situati al lato opposto, in avanti della tavola verticale* DEPN.

I. *Trovare la prospettivà d' un punto H situato sull' orizonte* (fig. 36) Abbassate da questo punto la perpendicolare HI sulla linea di terra DE, e tirate da I la linea IN, che va al punto di vista N: prendete IK eguale ad II, e tirate da K la linea KP al punto di distanza *opposto* (1): queste rette IN, PK s' intersecheranno in *h*, che è la prospettiva di H.

---

(1) Si sarebbe potuto portare IK a sinistra del punto I sulla

Se avviene, che l' occhio sia situato lontano dalla tavola, il punto di distanza esce dalla cornice della tavola riservata al disegno. Allora non bisogna portare da N in P che una frazione della distanza dell' occhio, per esempio, il terzo; e da un'altra parte, per mettere in prospettiva ciascun punto H dell' orizzonte, si baderà di non portare da I in *K*, che è il terzo della lunghezza IH. Le rette NI, e PK danno per la loro intersezione *h*, la prospettiva di H, come se P fosse stato realmente il punto di distanza.

Riproducendo la stessa costruzione per tanti punti, che si vogliono, situati sul piano geometrico, ed unendo le prospettive così ottenute con rette analoghe a quelle della figura proposta, se ne avrà la prospettiva. Il che si vede eseguito nei sei problemi seguenti.

II. *Trovare la prospettive hh' d' una retta* H' H *disegnata sull' orizonte* (figure 36 e 37) Bisogna cercare la prospettiva dei due punti H e H' di questa retta.

III. *Mettere in prospettiva un poligono dato sul piano geometrico* (figura 37). Si cercano le prospettive di tutti i vertici.

IV. *Trovare la prospettiva d' un quadrato situato sull' orizonte parallelamente alla linea di terra* (fig. 38) Avvertite che le prospettive dei lati paralleli alla linea di terra sono anche paralleli a questa linea, ma che i lati perpendicolari tendono al punto N (v. p. 185).

V. *Lo stesso problema per un quadrato situato obbliquamente* (fig. 39) I lati opposti concorrono in un punto M situato sulla linea d' orizonte (v. p. 183).

Non spiegheremo queste costruzioni, che non sono che una ripetizione di ciocchè è stato detto (fig. 36) per ogni punto dato sul piano geometrico. Così i punti A, B, F, G, (fig. 39) hanno le loro prospettive in *a*, *b*, *f*, *g*; *f* è determinato dall'incontro delle linee *b'* N, e *f'* P, ec.

VI. *Prospettiva di un pavimento lastrigato di mattoni quadrati* (fig. 40) disposti come l' indica la projezione ABCO. Partendo da A, tirate sopra DE delle lunghezze successive eguali al lato del quadrato dei mattoni, e da questi punti di divisione tirate delle linee al punto di vista N; poi dall' estremità B, tirate una linea BP al punto di

---

linea di terra: ma allora avrebbe bisognato prendere il punto P di distanza a dritta di N sulla linea d'orizonte. Ciò spiega quello che bisogna intendere colla parola *opposto*.

distanza opposta P: questa taglierà le prime in due punti, pei quali si tireranno delle parallele alla linea di terra DE; ed i quadrati così formati daranno la prospettiva ricercata. Questa costruzione è la conseguenza visibile di quella del problema IV, ed anche si vede essere inutile il disegnare la projezione orizontale ABCO.

VII. *Prospettiva di un cerchio descritto sull' orizonte* (fig. 42) Inscrivete questo cerchio in un quadrato ABFG, di cui due lati sieno paralleli alla linea di terra : mettete questo quadrato in prospettiva : voi avrete un quadrilatero circonscritto all' *ellissi* richiesta, poichè la curva domandata è un ellissi: i contatti sono in quattro punti conosciuti, e si potrà disegnare questa curva. Si possono d' altronde trovare altrettanti punti, che si vogliono, mettendo in prospettiva qualche altro diametro come H pel problema II.

Prospettive di più rette parallele date. Si sa già, che se queste linee sono parallele alla tavola, le loro prospettive sono parallele tra loro. Ma è di bene esaminare sopra tutto ciò che accade, quando le parallele sono obblique alla tavola.

Se dall' occhio O dello spettatore (fig. 35) s' immagina una parallela OR a queste rette, essa anderà a traversare la tavola nel punto R, che ha questa proprietà rimarcabile, che le prospettive di tutte le parallele ad OR passeranno per questo punto R, in modo che *queste linee convergeranno*, e per conseguenza non saranno più parallele. Questo punto di convergenza R è chiamato *punto di fuga*. Dunque le *prospettive di ogni sistema di rette parallele convergono verso il punto, ove la tavola è traversata da una linea tirata dall' occhio parallelamente alle proposte.*

Il punto di fuga è di una grande utilità, volendosi mettere le parallele in prospettiva : difatti è soltanto necessario di aver quella di un punto di ciascuna di queste linee, poichè tutte dovendo passare pel punto di fuga, si ha un secondo punto situato sopra tutte le loro direzioni. Ora in tutte le tavole, è raro, che non si abbiano a rappresentare alcune serie di parallele; i colonnati, i viali, le strade, le cornici degli edificii, di assettamenti di pietre, ec. sono altrettanti esempii, ai quali s' applica questa teoria. Ne svilupperemo le conseguenze.

VIII. *Trovare il punto di fuga di un seguito di rette*

parallele orizontali. La linea tirata dall' occhio O parallelamente alla lor direzione è nel piano del livello d' occhio, e va a tagliare la tavola in un punto *r* della linea orizontale PN. Dunque il punto *di fuga di rette parallele orizzontali è situato sulla linea d'orizonte.* Ciò si rimarca per esempio nella fig. 39, ove i lati paralleli AB, FG hanno per prospettiva *ab*, *fg*, linee che prolungate vanno a concorrere in M sulla linea PN.

Ecco la costruzione, che fa conoscere in generale il punto di fuga d' ogni sistema di parallele orizzontali. Pel punto di vista N, fig. 39, tirate la verticale LN, e prendete la lunghezza LO eguale a NP (1); per questo punto O tirate la retta OQ parallela alle orizzontali proposte AB, FG, e il punto Q di sezione di questa linea con DE, sarà conosciuto. Infine prendete NM eguale a LQ, e M sarà il punto di fuga cercato.

Se le parallelle orizzontali sono perpendicolari alla tavola, il punto di vista N è il punto di fuga. Ciò siegue dalla costruzione precedente, e si vede realizzato nelle fig. 38, 40, 42 e 43.

Se queste parallele orizzontali fanno colla tavola un angolo di 45 gradi, o mezz' angolo retto, il punto P di distanza è allora il punto di fuga, purchè P sia portato sul lato opposto relativamente a N: ciò siegue anche dalla nostra stessa costruzione.

Osservate, che la nostra costruzione conviene anche ad ogni retta orizontale considerata sola, e che la sua prospettiva deve passare pel punto di fuga, ov' andrebbe a convergere quella d' ogni retta, che le sarebbe parallela; e come questo punto di fuga è sulla direzione della prospettiva dell'orizonte proposta, non resta altro che ottenere un secondo punto di questa direzione, quello ove la retta tocca il piano della tavola per disegnare questa prospettiva.

---

(1) O è la projezione orizontale dell' occhio, OQ quella del raggio visuale parallelo alle rette proposte; in modo che si cerca lo scontro di questa retta con la tavola. Queste medesime denotazioni convengono alla figura 46, dove OQ ed OR sono le projezioni orizontale e verticale del raggio visuale; R è lo scontro con il piano della tavola, come nella teoria delle projezioni (figura 33, pag. 163).

Per esempio, fig, 50, la retta FI ha il suo punto di fuga in M, di cui la prospettiva è MI. Bisogna dire altrettanto di FB per rapporto a M'B.

Noi daremo qui appresso il punto di fuga delle rette non orizontali. In quanto al punto dove una linea tocca il piano della tavola, quando questa linea non è disegnata nel piano geometrico, ne abbiamo già determinata la posizione, p. 163.

La regola che vuole che il punto di fuga delle rette parallele vada a convergere nel medesimo punto della tavola, è d'una grande importanza: violarla in un disegno è il fallo più riprensibile, e, bisogna dirlo, il più ordinario. Per verificare se le regole della prospettiva sono bene osservate in una tavola, bisogna distinguervi certe linee, che l'artista ha voluto rappresentare parallele, prolungarle, e vedere se esse concorrono in un punto. Questo punto è situato sulla linea d'orizonte, quando queste rette sono orizontali, ciocchè accade più spesso: il punto di vista è situato su questa linea d'orizonte, e se v'ha qualche orizontale perpendicolare alla tavola, dovrà passare per questo punto.

Questo mezzo di verificazione è facilissimo a praticarsi, ed offre un'esercizio utile che consiste a ritrovare i punti di vista e di distanza, le linee di terra e d'orizonte, nella tavola proposta. Scomponendo così la prospettiva, gli allievi si familiarizzano coi principii di questa scienza.

IX. *Trovare la prospettiva d'un punto situato nello spazio* (fig. 44). Si dà prima la proiezione orizontale H di questo punto, donde si tira la prospettiva *h*: quella d'una verticale indefinita elevata in H è ancora una verticale *hl*, poichè *la prospettiva d'una verticale è sempre verticale.* Resta a determinare il punto *l*, ove deve limitarsi questa linea indefinita, e questo punto sarà la prospettiva del punto, di cui si tratta nello spazio.

Tirate a parte una verticale AB della medesima altezza di quella che corrisponde al punto H, e dalle due estremità A e B, tirate le rette CA, CB a un punto a piacere C della linea d'orizonte: avrete così un triangolo ABC. Tirate *ha* orizontalmente, avrete un punto *a* di sezione con AC; la verticale *ab* sarà l'altezza cercata. Così bisognerà prendere *hl* eguale ad *ab*, ed *l* sarà la prospettiva del punto dello spazio, *hl* sarà quella della verticale elevata in H.

Se questa verticale è l' asse d' una colonna, d'un albero, il canto di rincontro dei due muri ec., se ne avrà così la prospettiva.

Se si ha una serie d' oggetti d' eguali altezze alle stesse distanze della tavola, le loro prolezioni sono sopra una retta parallela alla linea di terra DE: si avranno facilmente le prospettive delle basi, e l' altezza *ab* sarà la stessa: queste prospettive saranno equidistanti, se gli oggetti sono egualmente lontani. Così, dopo aver trovato la prospettiva *h* delle projezioni orizontali H, e tirate da questi punti *h* le verticali, resterà a portare sopra ciascuna la stessa altezza *ab* (Ved. fig. 41). Ma se gli oggetti sono altrimenti disposti, bisognerà ripetere sopra ciascuno la costruzione precedente, affin d' ottener prima la prospettiva della proiezione orizontale, poi l' altezza, ec. Ciò si applica ad una serie di colonne, ad un viale d' alberi, ec.

È facile di risolvere i problemi seguenti, osservando questo metodo.

X. *Trovare la prospettiva d'un cubo parallello alla tavola*, fig. 43. Fate il quadrato *abcd*, prospettiva della faccia anteriore; dai suoi quattro angoli, tirate le linee al punto di vista N; poi da *a* e *c*, le rette al punto di distanza P: queste taglieranno le prime in *f* e in *e*; da questi punti, tirate le orizontali *fi*, *ek*, ec. il resto non presenta difficoltà alcuna.

Se il cubo ha la sua base disposto obbliquamente alla tavola, si opererà come nel prisma del problema XII. fig. 45.

XI. *Trovare la prorpettiva d' una piramide*. Si disegna dapprima quella del poligono che n'è la base, e della proiezione orizontale di sommità, colla guida del problema III, fig. 37; poi si troverà quella della sommità con il prob. IX, fig. 44; non resterà altro, che unire quest'ultimo punto agli angoli del poligono colle rette. Questa costruzione pare che non esiga figura per essere compresa.

XII. *Trovare la prospettiva d'una linea obbliqua nello spazio*. fig. 44. Si cercano le prospettive delle sue due estremità, o di due punti qualunque presi sulla direzione di questa linea, e si uniscono con una retta i punti così determinati; così HH' è la proiezione orizontale della retta, e *hh'* la prospettiva di HH'; le altezze delle due estremità al di sopra del piano geometrico sono date: si portano in AB e AB' sopra una verticale; le verticali *hl*, *hl'* rispettivamente eguali alle parti *ab*, *a'b'*, intercette

nei triangoli ABC, AB'C, danno le prospettive *l* e *l'* dimandate, poi quella *ll'* della retta nello spazio.

XIII. *Trovare la prospettiva d' un prisma retto*, fig. 45. Questa costruzione è assai spiegata da ciocchè si è detto.

XIV. *Trovare il punto di fuga di rette parallele oblique all'orizonte*. Si tratta di trovare il punto R, fig. 35, ove la retta tirata dall' occhio *O* parallelamente alle loro direzioni tocca la tavola. Si conoscono le due proiezioni dell' una delle nostre rette, AB, sul piano orizontale, fig. 46, *ab* sulla verticale: bisogna prima riprodurre la costruzione di qui sopra; dopo aver preso *OL* eguale a *NP*, e tirata OQ parallela ad AB, poi dal punto Q la verticale indefinita QR, il punto di fuga R sarà sopra questa verticale, ma non più sulla linea d' orizonte PN. Tirate OR parallela alla proiezione verticale *ab*; questa linea anderà a intersecare la verticale QR al punto cercato R.

Questa teoria, s' applica non solamente alle rette parallele, ma ancora ad ogni linea considerata sola, poichè deve passare pel punto di fuga dove convergerebbero le prospettive di tutte le sue parallele.

Accade sovente che le costruzioni proprie a determinare il punto di fuga sono talmente estese, che non possono essere rinchiuse nel foglio del disegno, e che questo punto si trova lontanissimo dalla tavola: ecco allora come si deve operare. Supponiamo, che dopo aver tirata la verticale ONL, fig. 47, come vuole la nostra operazione grafica, non si può, senza uscire dal foglio, prendere su questa linea, a partire da L, una lunghezza eguale alla distanza dall' occhio alla tavola, poichè l' occhio n' è troppo allontanato; non si porterà da L in O che la metà di questa distanza; poi, tirando, secondo l' ordinario, OQ parallella alla proiezione orizontale data AB, si prenderà MN eguale a LO: M non sarà il punto di fuga, ma questo sarà un punto M', tal che MN sia la metà di M' N. Ora ammettiamo che non si possa raddoppiare MN senza sortire dal qnadro, di modo che bisogna trovare il mezzo di dirigere le rette verso questo punto M', senza conoscerlo. Supponiamo, che il punto *a* sia sopra una di queste prospettive, e che deve tendere verso M', tirate aN; prendete il punto medio *i* di questa lunghezza; tirate *iM*, ed infine *ab* parallella ad *iM*; *ab* sarà la prospettiva cercata, e si dirigerà necessariamente al punto ignoto M'.

Si potrà prendere *OL* che è $\frac{1}{5}$ di *NP*, ma allora NM sarebbe il terzo di NM', e bisognerà che *iN* sia il terzo di *aN*; e se *OL* è il quarto di NP, NM è altresì il quarto di NM', ed *iN* dev' essere il quarto di *aN*, ec.

XV. *Trovare la prospettiva d' un cono*, *o d' un cilindro*. Si cerca quella della base, pel problema VII, si ha un' ellissi; poi quella della sommità se si tratta d' un cono, o quella dell'estremità dell'asse, nel caso di cilindro: il resto è facile a disegnare: si hanno a ciò le figure 11 a 16 nella quinta tavola. Dobbiamo avvertire che le prospettive di queste prime tavole non sono rigorosamente esatte, o piuttosto che esse suppongono l' occhio ad una grandissima distanza dalla tavola; è perciò che il cubo, per esempio, ha per basi superiore ed inferiore dei parallelogrammi (fig. 18 della 2 tavola), in luogo d' avere le linee di fuga, come nelle fig. 43 della tav. III.

I principii, che abbiamo esposti bastano per ottenere ogni sorta di prospettiva. Si cancellano poscia le linee di costruzione e le proiezioni orizontali, per non lasciar sussistere sulla carta, che la prospettiva ottenuta nella figura. Bisogna allora supporre che l' occhio, in luogo d' esser situato dietro la tavola, come si è prima detto, affin di lasciare in avanti le proiezioni orizontali, è al contrario situato avanti alla tavola, e l'oggetto al di dietro.

Perchè l' occhio possa giudicare esattamente della forma d' un corpo dalla sua prospettiva, bisogna che ei sia situato al punto stesso dove è stato supposto, facendone la pianta: così, l' occhio dev' essere in avanti della carta, sull' orizontale tirata perpendicolarmente alla tavola dal punto di vista, e ad una distanza da questo punto eguale a quella PN dal punto di distanza. Allora l' illusione prodotta dal disegno è completa, specialmente se è ombreggiato e colorito.

In quanto al luogo che bisogna dare, facendo la pianta, sia alla tavola, o all'occhio, ciò è del tuttoarbitrario. Intanto bisogna osservare, che non si veggono chiaramente insieme che gli oggetti compresi nell' apertura d' un angolo di 60, o al più di 90 gradi: questa prima condizione determina un limito di ravvicinamento degli oggetti che si vogliono rappresentare. Dall' altra parte, quando si è troppo allontanato dai particolari, non si può più apprezzarli distintamente; ciocchè presenta un'altro limito in senso con

trario , in seguito alla moltitudine e delicatezza di questi particolari.

Ciò non è tutto ancora. Se il disegno è visto dal punto dove l'occhio è stato supposto situato costruendo , l' effetto che si attende dalla prospettiva sarà prodotto ; ma potrà accadere che i luoghi vicini a questo punto abbiano ancora la stessa proprietà : e questo è benanche ciocchè si tenta sempre di ottenere, poichè le tavole sono raramente osservati dal sito preciso, ove il disegnatore ha supposto situato il suo spettatore: deve dunque evitare che il suo lavoro non comparisca difforme , quando si vede da diversi luoghi vicini al primo. Poichè può stare , che una prospettiva disegnata secondo i veri principii comparisca difettosa , sol perchè non si guarda dal punto giusto , ove l' artista l' ha supposto veduta.

Allontanando il punto di distanza , le costruzioni non esigono più una così grande precisione, poichè i punti ottenuti si trovano differentissimi da ciocchè dovrebbero essere pei luoghi vicini. Ciò torna a rimuovere l' occhio senza che perciò la prospettiva sia alterata. Ecco una ragione fortissima per non situare l'occhio troppo vicino alla tavola. Gli edifizii rappresentati sopra i nostri teatri , ed i giuochi di decorazióne , sono prospettive che si suppongono viste da un luogo situato nel mezzo della platea ; ed intanto l' illusione è la stessa per un gran numero di spettatori , poichè l' artista ha avuto la cura d' allontanare il punto di vista , perchè l' effetto ottico fosse quasi indipendente dal luogo di questo punto. È vero, che allontanando così la distanza , il punto P si trova situato d' una maniera , che non è comoda pel disegno geometrico, poichè si trova fuori della tavola , come nella figura 47. Ma questo inconveniente è di nessuna conseguenza , poichè vi sono dei mezzi grafici per rimediarvi.

Le fig. 48 , 49 e 50 , che rappresentano le prospettive d' una tavola su quattro piedi , d' un cassettino riempito di caselle quadrate , e d' un paesaggio , non esigono alcuna spiegazione per esser comprese.

Dopo aver letto, compreso, e messo in pratica i principi esposti, l' institutore gli spiegherà al suo allievo. Qui l' insegnamento è necessariamente diretto; e questa è una cosa inevitabile. Dovrà dunque communicare le regole precedenti successivamente, facendole eseguire sotto i suoi occhi, ed as

sienrandosi, ch' esse son ben comprese. Proporrà a vicenda i diversi problemi, e li farà risolvere. Per variare soggetti, avrà cura di proporre più volte le stesse quistioni, cangiando la posizione del punto di vista, di distanza, o di projezione, ciocchè non cangerà che la forma della prospettiva, senz' alterare la natura delle costruzioni. Le figure dovranno essere disegnate dall' allievo sulla tavola nera, e quindi sulla carta: in quest' ultimo caso soltanto, farà la pianta servendosi della riga e del compasso, e vi metterà tutta la cura di cui è capace.

ISTRUZIONE

SULLA 16. TAVOLA.

Quando l'allievo conoscerà perfettamente i principii, ed anche quando avrà disegnate le prospettive della tav. III, gli si faranno risolvere i problemi, di cui le soluzioni sono date nella 16. tavola. Vi si sono soppresse tutte le linee di costruzione, eccetto i punti di vista e di distanza; ma nell' esecuzione bisognerà necessariamente ristabilirli. Così, si comincerà dal disegnare le projezioni orizontali degli oggetti, e questa parte è abbandonata alla sagacità del maestro, che potrà facilmente ritrovarle. La necessità di non multiplicare inutilmente le tavole e le spese, ci ha forzato a questa soppressione. Quindi metterà ciascun punto della projezione orizontale in prospettiva, poi ciascuna verticale, ec. il tutto conforme ai principii stabiliti precedentemente.

Le fig. 1, 2, 3 e 4 rappresentano degli ammatonamenti d' appartamento visti di faccia o di lato, e di forma quadrata o esagona: le costruzioni di queste figure rientrano in ciocchè è stato esposto, pag. 180, per ispiegare le fig. 37, 38, 39, e 40 della tavola III; non è dunque necessario d' entrare in nuovi particolari su questo soggetto.

La fig. 5 rappresenta una galleria, di cui le muraglie di pietra, ed il pavimento di mattoni quadrati sono visti di faccia. Vi si ritrova l' applicazione semplicissima delle linee orizontali, che vanno a concorrere al punto di fuga situato nell' intersezione delle due diagonali del muro di fondo. V. p. 182.

La fig. 6 rappresenta una galleria a volta veduta di faccia: vi si trova l' applicazione degli stessi principii.

La fig. 7 è la prospettiva d' un seguito di pezzi di un armadura di legname squadrati e situati gli uni dritti, gli altri orizzontalmente in maniera da formare delle travature successive. La maggior parte delle officine di manifatture, di magazini, ec. sono costruiti in tal modo. Questa figura non imbarazzerà affatto dopo quelle che precedono, e così pure la fig. 8, che è formata d' un seguito d' archi veduti da lato.

Le fig. 9 e 10 rappresentano delle entrate a volta, e dei porticati veduti obbliquamente. Vi si sono lasciate sussistere nella punteggiatura alcune linee di costruzione, che basteranno a far trovare le altre, dopo i precetti dati nelle precedenti regole generali.

Le fig. 11 e 12 rappresentano due scalinate vedute di lato.

La fig. 13 è la prospettiva d' un cornicione di pilastro.

La fig. 14 offre la vista d' un terrazzo, del muro che sostiene le terre, e delle inferriate che lo rinchiudono, delle zolle, e dei pavimenti, di cui si è abbellito ec. Questa bella figura è una di quelle, di cui il disegno è più facile.

La fig. 15 è una prospettiva del *Casino Colonna* a Roma, che si reputa di bella architettura.

La fig. 16 rappresenta un *frontone* veduto di lato.

La fig. 17 una galleria sotterranea a *sesto acuto*, rischiarata da una lampada sospesa alla volta.

La fig. 18 è un *pieduccio*. Benchè il disegno lineare non abbia per oggetto la distribuzione delle ombre, nè dei colori sopra i corpi, noi abbiam creduto dover ombreggiare questa figura per meglio mostrarne la forma.

La maggior parte delle figure di questa tavola sono estratte da due opere raccomandabili sulla prospettiva, una di M. Cloquet, l' altra di M. Choquet; quei, che desidereranno studiare con maggior premura questa scienza, potranno consultare con frutto queste opere.

OSSERVAZIONI GENERALI

SULL' INSEGNAMENTO

Delle Sezioni Quinta, Sesta e Settima.

Queste tre sezioni saranno insegnate, come abbiam detto, agli allievi più abili, che saranno necessariamente in piccol numero; e il maestro esporrà loro successivamente tutti i precetti necessarii all' intelligenza dei metodi, come è stato spiegato. Ma l' esperienza prova che vi sono degl' ingegni difficilissimi a sottoporsi alla combinazione dei principii geometrici che si sono esposti, e che ancora quelli sono gli allievi più destri al disegno, i quali si mostrano meno atti a profittare di questo genere d' istruzione. Si sa, per esempio, che abilissimi pittori, e uomini di un genio sublime, non consentono che con estrema ripugnanza a servirsi di tratti rettilinei segnati sulla loro tavola; le operazioni di geometria, che gli architetti troverebbero facilissimi, sono per essi d' una difficoltà insuperabile. È vero, che questa circostanza il più sovente nasce da un difetto d'istruzione primitiva, e da una mancanza d'esercizio in questo genere di considerazioni: intanto non è molto raro di vedere degli ingegni, giudiziosi d' altronde, inabili alle concezioni geometriche, e che ciò non di meno hanno molto gusto per le belle arti. Si scusano da loro stessi di questa pigrizia di spirito o di questo difetto naturale, pretendendo, che le regole raffreddino il genio, che le muse non possono soffrir la schiavitù, etc.

Gli esempii non mancano per provare, che queste asserzioni sono false, e che al contrario le regole dirigono utilmente l'artista, impedendogli di abbandonarsi a'trasporti di un' immaginazione troppo viva.

Comunque sia, come per apprendere il disegno lineare non importa d' aver del genio, ma solo riflessione ed esercizio, pensiamo, che vi saranno pochissimi allievi inabili a concepire, ed a praticare il piccol numero di principii che abbiam dato. Intanto conviene esaminare la condotta a tenersi quando ciò accade; d'altronde la leggerezza di spirito dei fanciulli, non si lascia troppo fissare nelle astrazioni geometriche. Bisogna dunque prevedere il caso ove i precetti non sarebbero compresi da molti allievi. Il maestro allora non deve

inquietarsene affatto ; continuerà le sue esposizioni , come se fosse inteso da tutti , e ne tirerà come conseguenza le costruzioni di cui abbiam parlato. Ora sono queste sole costruzioni , cui importa che l'allievo esegua; vedendo metterle in pratica molto frequentemente , ne contratterà suo malgrado l' abitudine, ed il fine sarà ottenuto. Non vi bisognerà che un poco più di tempo e di pazienza.

Eccoci dunque ricondotti a quel fatto, che avevamo indicato al principio di quest'opera, p. 83, *che è possibile insegnare l' arte del disegno, ed ancora del disegno geometrico , senza dar dei precetti speciali , e per la sola forza dell' imitazione e dell' abitudine.* Questa verità che non si avea potuto far ben sentire che nelle due prime sezioni, si trova perfettamente applicabile alle seguenti. Intanto insisteremo , perchè ciò non sia un motivo, che dispensi il maestro dall' indicare questi precetti , e che favorisce l' inclinazione ch' egli potrebbe avere di diminuire la fatica del suo lavoro. Fra i suoi discepoli , ve ne saranno sempre alcuni , che saranno atti a comprenderli , e che l'ajuteranno a far concepire questi principii agli altri.

FINE.

TAVOLA DELLE MATERIE.

FINE DELLA TAVOLA.

LIBRETTO DEI PROBLEMI

OSSERVAZIONE

I foglietti seguenti, che sono alla fine dell'opera, debbono essere staccati dal libro: ciascun foglietto verrà incollato separatamente sù di una picciola tavola, che starà nelle mani del Maestro per fare eseguire i disegni sotto i suoi occhi. Questi vi dovrà leggere le diverse frasi de' comandi delle figure, che vorrà far disegnare agli Allievi delle cinque prime classi; e s'egli presiede alla schiera dei discepoli innanzi al quadro nero, avrà cura di mostrare nel tempo stesso la figura che vi ha relazione sul modello inciso.

PRIMA CLASSE—*Prima Tavola.*

1. Tirate una linea retta obbliqua, fig. 6.
2. Tirate una retta e dividetela per metà, fig. 6.
3. Tirate una retta orizzontale da sinistra a destra, fig. 1.
4. Tirate una retta verticale da sopra in sotto, fig. 5.
5. Disegnate una orizzontale, e dividetela per metà, fig. 2.
6. Tirate una verticale, e dividetela per metà, fig. 5.
7. Trovare il punto medio di una lunghezza data, fig. 2, e 5.
8. Tirate una retta, e tagliatela in quattro parti eguali (1) fig. 3.
9. Trovare la metà, il quarto, i tre quarti di una lunghezza data, fig. 3.
10. Tirate una retta, e tagliatela in tre parti eguali, fig. 4.
11. Trovare il terzo, ed i due terzi di una lunghezza data, fig. 4.
12. Tirate una retta della lunghezza di 1 decimetro, fig. 1.
13. (La stessa cosa di 2 decimetri, di tre decimetri, ec.)
14. Tirate una retta, e prolungatela di una lunghezza eguale ad essa, fig. 2 bis (2)
15. Tirate una linea, e prolungatela del doppio, fig. 4. bis.
16. Tirate una linea, e prolungatela del triplo, fig. 3. bis.
17. Tirate una linea, e segnatevi 1, 2, 3 . . . . decimetri.
18. Tirate una linea da destra a sinistra.
19. Tirate una verticale da sotto in sopra.
20. Disegnate delle orizzontali equidistanti, fig. 1 a 4.
21. Tirate delle linee parallele obblique. fig. 6.
22. Determinate un punto, e tirate una retta che passa per esso punto.
23. Prolungate una retta di tre quarti della sua lunghezza.
24. Prolungate una retta di due terzi della sua lunghezza.

---

(1) Si faranno risolvere i problemi 8, 9, 10, ec. sulle linee orizzontali, verticali, o obblique.

(2) Si tireranno queste linee orizzontali, verticali, o obblique.

SECONDA CLASSE—*Prima Tavola.*

1. Da un punto dato tirate una parallela ad una linea data, fig. 6.
2. Tirate delle parallele equidistanti, fig. 6 (si daranno queste linee nelle direzioni orizzontale, verticale, od obbliqua)
3. Fate un angolo acuto, fig. 7.
4. Fate un angolo retto, fig. 8.
5. Tirate una orizzontale, ed una verticale, fig. 8.
6. Tirate due linee perpendicolari, fig. 8.
7. Disegnate due linee obblique, che s'intersechino ad angoli retti, fig. 9.
8. Tirate una retta di due decimetri e mezzo, e dell'altezza e larghezza del modio.
9. Dividete una linea in otto parti eguali, fig. 3.
10. Dividete una linea in sei parti eguali, fig. 4.
11. Fate una scala divisa in parti eguali, fig. 4.
12. Prendete due punti a piacere, e congiungeteli per mezzo di una linea retta.
13. Fate un angolo ottuso, fig. 14.
14. Fate un'angolo, la cui apertura sia rivolta in alto (o in basso, o a sinistra) fig. 7.
15. Fate un triangolo rettangolo, fig. 10.
16. Fate un triangolo isoscele, e segnatene l' altezza, fig. 18.
17. Fate un triangolo rettangolo isoscele, fig. 10. ed 11.
18. Fate un triangolo scaleno, fig. 20.
19. Fate un triangolo qualunque, e segnatene l'altezza, fig. 19.

TERZA CLASSE. — *Prima Tavola*

1. Fate un rettangolo, fig. 12
2. Fate un rettangolo, e dividetelo in rettangoli eguali, fig. 13.
3. Fate un paralellogrammo, e determinatene l'altezza, fig. 14.
4. Fate un quadrato, fig. 15.
5. Disegnate degli angoli a lati paralleli, fig. 16, e 17.
6. Tirate delle obblique egualmente distanti dalla perpendicolare, fig. 18.
7. Fate un triangolo isoscele, fig. 18. (se ne daranno la base, e l' altezza).
8. Disegnate un triangolo scaleno, poi un altro a lati paralleli, fig. 19, e 20.
9. Fate un triangolo equilatero, fig. 21 (date il lato di questo triangolo)
10. Per un punto dato fuori di una retta, tirate una perpendicolare a questa retta, fig. 8, e 9.
11. Da un punto dato in una retta, tirate una perpendicolare alla medesima, fig. 8, e 9.
12. Tirate una perpendicolare all'estremità di una linea, fig. 10.
13. Fate un rombo, o losanga, fig. 22.
14. Fate un quadrato a diagonali situate obbliquamente (o l'uno essendo orinzontale, e l'altro verticale), fig. 23.
15. Fate un triangolo equilatero, il cui vertice sia sotto la base, fig. 24.
16. Fate un triangolo equilatero situato obbliquamente.
17. Dividete un'angolo retto per metà, fig. 25.
18. Dividete un'angolo in due parti eguali, fig. 26. (in quattro, otto . . . . parti)
19. Raddoppiate un'angolo, fig. 26.
20. Triplicate un'angolo, fig. 27.
21. Dividete un'angolo in tre parti, fig. 27.
22. Dividete un angolo ottuso in sei parti eguali, fig. 28.

1. Fate due angoli a lati perpendicolari, fig. 1.
2. Fate due triangoli a lati perpendicolari, fig. 2.
3. Costruite un trapezio essendo date la base, e l'altezza, fig. 3.
4. Fate un poligono di cinque lati, determinandone prima le sommità (o conoscendo più angoli e lati) fig. 4.

Lo stesso per quelli di sei lati, fig. 5.

5. Costruite due poligoni a lati paralleli ineguali (o eguali) fig. 5 e 6.
6. Delineate un poligono, e da una delle sue sommità tirate delle diagonali, poi delle parallele, che formano un poligono somigliante, fig. 7.
7. Disegnate un poligono, tirate delle diagonali da una delle sommità, poi formate un'altra serie di triangoli a lati paralleli, fig. 9, e 10.
8. Da un punto interiore ad un poligono, tirate delle linee a tutte le sommità, e fate un secondo poligono a lati paralleli, fig. 8.
9. Tirate una linea di quattro decimetri, che abbia l'altezza e la larghezza del semi-ettolitro di grani. Vedi a piè della tavola.
10. Determinate più punti a piacere, e quindi congiungeteli con linee rette in modo da formare un poligono con le sue diagonali, fig. 9.
11. Dividete una linea retta in due parti eguali con l'ajuto di un angolo qualunque, e di due parallele, fig. 12.
12. Dividete una retta data in tre parti eguali per mezzo di parallele, fig. 13.
13. Dividete una retta data in sette parti eguali (ovvero in cinque, in nove, in dieci, ec.) con l'ajuto di un angolo qualunque, e di linee parallele, fig. 14.
14. Disegnate un poligono, e le sue diagonali tirate da due vertici a tutti gli altri, fig. 11.
15. Costruite un prisma obbliquo triangolare, fig. 16.
16. Fate un prisma retto triangolare, fig. 15.
17. Fate un paralellepipedo retto, fig. 17.
18. Fate un paralellepipedo obbliquo, fig. 19.
19. Fate un paralellepipedo obbliquamente situato sull'orizonte.
20. Costruite un cubo, fig. 18.
21. Fate un prisma obbliquo, fig. 20 — retto, fig. 21.
22. Dividete un prisma per un piano parallelo alla sua base, fig. 21.
23. Dividete un prisma in 2, in 4, in 3 parti eguali, fig. 21.
24. Raddoppiate, triplicate un prisma, fig. 22.
25. Situate un prisma orizontalmente, fig. 22.

1. Disegnate un pezzo di graticolato a quadrati obbliqui, fig. 1.
2. Disegnate un ammatonamento di pezzi quadrati ed obbliqui, fig. 2.
3. Disegnate un compartimento a spina pesce, fig. 3.
4. Disegnate un muro a filari di pietre di taglio, fig. 4.
5. Raddoppiate un quadrato, fig. 5.
6. Prendete la metà di un quadrato, fig. 5.
7. Congiungete due quadrati, fig. 6.
8. Diminuite un quadrato di un'altro, fig. 6.
9. Unite tre quadrati, fig. 7.
10. Triplicate un quadrato, fig. 7.
11. Unite tre quadrati senza disegnarli, fig. 8.
12. Unite quattro quadrati, fig. 9.
13. Indicate un quinconce, fig. 10.
14. Costruite una piramide triangolare, e segnatene l'altezza, fig. 11.
15. Costruite una piramide a cinque facce, e segnatene l'altezza, fig. 14.
16. Costruite una piramide a sei facce, fig. 13.
17. Fate una piramide retta, fig. 13.
18. Dividete una piramide per un piano parallelo alla base, fig. 12.
19. Disegnate un tronco di piramide a basi parallele, fig. 15.
20. Disegnate un cubo, e dividetelo in otto cubi eguali, fig. 16.

1. Descrivete un cerchio, e segnatene il centro, un raggio, ed un diametro, fig. 1.
2. Fate un cerchio, di cui sia dato il centro, o il raggio, fig. 2.
3. Dividete un cerchio con due diametri perpendicolari, fig. 3.
4. Dividete un cerchio in otto parti eguali, fig. 3.
5. Descrivete dei cerchi concentrici (o equidistanti, o no) fig. 2.
6. Descrivete due circonferenze, essendo il diametro dell' uno doppio, o triplo di quello dell'altro.
7. Descrivete un arco di cerchio, e segnatene il centro, ed un raggio, fig. 4, e 5.
8. Descrivete un arco con un raggio dato, fig. 4. e 5.
9. Dividete un arco per metà, fig. 4., in tre parti, fig. 5.
10. Descrivete un cerchio, tirate una tangente in un punto dato sù questa curva, fig. 6.
11. Disegnate un arco, ed una tangente in un dato punto di quest'arco, fig. 7.
12. Tirate quattro tangenti al cerchio, che formino un quadrilatero, fig. 8.
13. Circoscrivete un quadrato ad un cerchio, fig. 8.
14. Inscrivete un quadrato in un cerchio, fig. 9.
15. Raddoppiate un arco di cerchio, fig. 4. — Triplicatelo, fig. 5.
16. Tirate al cerchio una tangente che parta da un punto dato al di fuori, fig. 6.
17. Tirate due tangenti al cerchio da un punto esterno, fig. 10.
18. Dividete il cerchio in sei parti eguali, formate l' esagono regolare inscritto, fig. 11.
19. Dividete il cerchio in tre parti eguali, inscrivete un triangolo equilatero, fig. 12.
20. Fate due cerchi ineguali, tangenti al di fuori, fig 13; tangenti al di dentro, fig. 14.
21. Sarà lo stesso, dandone anticipatamente i centri, ed i punti di contatto, fig. 13, e 14.
22. Inscrivete un ottagono regolare in un cerchio, fig. 15.
23. Inscrivete un pentagono regolare in un cerchio, fig. 16.
24. Costruite un poligono regolare di 5, 6, 8 lati senza fare de' cerchi.
25. Fate un triangolo, e circoscrivetevi un cerchio, fig. 12.
26. Fate un cerchio, e costruite un triangolo tangente, fig. 18.
27. Dato un poligono regolare, circoscrivetevi un cerchio, fig. 9, 11, 12, 15, e 16.
28. Inscrivete un cerchio in un triangolo, fig, 19.
29. Fate un arco che passi per due punti dati, fig. 4
30. Fate un settore di cerchio, figura 17, un segmento, fig. 18.
31. Descrivete un cerchio che passi per tre punti dati, fig. 1.
32. Circoscrivete un cerchio ad un triangolo dato, fig. 12.
33. Essendo dato un cerchio, circoscrivete un poligono regolare. fig. 20.
34. Essendo dato un poligono regolare, inscrivete un cerchio, fig. 20.
35. Inscrivete, e circoscrivete al cerchio due poligoni paralleli, fig. 21.
36. Fate un triangolo, di cui si conoscono i tre lati.

SETTIMA CLASSE—*Quinta Tavola.*

1. Descrivete due cerchi ed una retta che li tocchi nella parte esteriore, fig. 2.
2. Descrivete due archi che non si taglino, ed una retta che li tocchi nella parte interiore, fig. 3.
3. Descrivete due cerchi che non si taglino, e quattro tangenti, due nella parte esteriore, e due nell'interiore, fig. 1.
4. Disegnate una ellissi orizontale, e determinatene gli assi, fig. 9.
5. Disegaate una ellissi verticale con i suoi due assi, fig. 10.
6. Costruite un cilindro retto, il suo asse, e le sue basi, fig. 13.
7. Costruite un cilindro retto disteso orizontalmente, fig. 15.
8. Costruite un cilindro retto, e dividetelo per un piano parallelo alla sua base, fig. 16.
9. Costruite un cilindro obbliquo, dividetelo per un piano parallelo alla sua base, e segnatene l'asse e l'altezza, fig. 14.
10. Radoppiate un cilindro retto, fig. 16.
11. Raddoppiate un cilindro obbliquo, fig. 14.
12. Costruite un cono retto, fig. 12.
13. Costruite un cono obbliquo, dividetelo per due piani paralleli alla base, e segnatene l'asse e l'altezza, fig. 11.
14. Disegnate degli archi di cerchio che si tagliano in due medesimi punti, segnatene i centri, fig. 4
15. Disegnate una sfera, ed i suoi meridiani, fig. 6.
16. Disegnate una sfera, ed i suoi paralleli all'equatore, fig. 7.
17. Disegnate un mappamondo, fig. 8.
18. Costruite un semi—cerchio graduato (semi—cerchio da tavolino) fig. 5
19. Disegnate il diametro, e la semi—altezza del decalitro, che sono di 18 centimetri e mezzo. *La figura è al margine inferiore della tavola.*

SETTIMA CLASSE—*Sesta Tavola.*

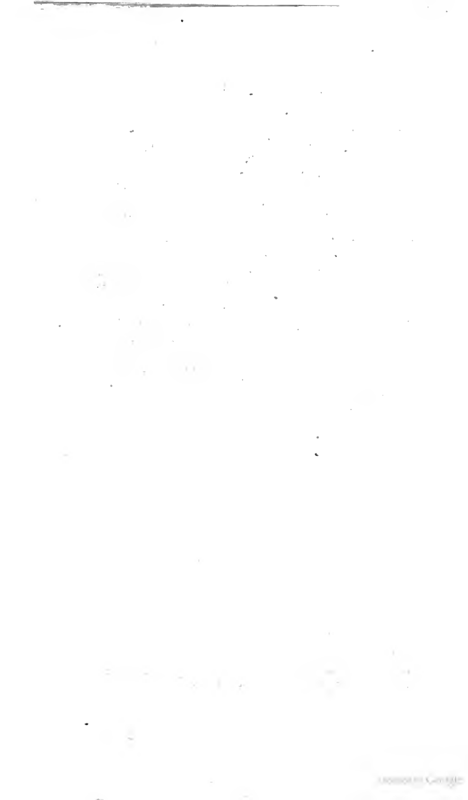
1. Disegnate un Kilogramma, o il peso di due libbre, fig. 1.
2. Disegnate due mezzo—Kilogrammi, o il peso di una libbra, fig. 2.
3. Diseguate il quartó del Kilogramma, o il peso d'una mezza libbra, fig. 3.
4. Tagliate un cilindro retto per un piano obbliquo alla base, fig. 4.
5. Tagliate un cono retto per un piano obbliqûo alla sua base, fig. 5.
6. Fate un punteruolo cilindrico, fig. 6.
7. Fate un tronco obbliqno di cono retto, fig. 7.
8. Disegnate un ellissi in un rettangolo, fig. 8.
9. Disegnate un ellissi, e racchiudetela in un parallelogrammo obbliquo, e formato di quattro tangenti, fig. 9.
10. Descrivete due cerchi che s' intersechino, e due tangenti, fig. 10.
11. Disegnate una stella a6 foglie, fig. 11.
12. Disegnate un fregio di stelle, fig. 12.
13. Fate un angolo acuto di36. gradi, fig. 13.
14. Fate un angolo acuto di 5o gradi, fig. 15.
15. Fate un angolo ottuso di 144 gradi, fig. 15.
16. Fate un fregio di cerchi e di ellissi, fig. 21.
17. Disegnate un ramo e le sue foglie alterne, fig. 22.
18. Disegnate il diametro e l' altezza del litro, fig. 16.
19. Disegnate il diametro, e l'altezza del semi-ettolitro, fig. 17.
20. Disegnate, il diametro e l'altezza del modio.
21. Disegnate l'altezza del decalitro, fig. 19.
22. Disegnate il diametro del decalitro, fig. 20.
23. Disegnate un rettangolo, poi inscrivete un ellissi tangente ai quattro lati, fig. 8.
24. Disegnate un parallelogrammo obbliquo, ed inserivete un' ellissi tangente ai 4 lati, fig. 9.

OTTAVA CLASSE—*Settima tavola.*

1. Disegnate un filetto, fig. 1.
2. Disegnate un astragalo, o un listello, fig. 2.
3. Disegnate un gavetto, fig. 3.
4. Disegnate un toro col suo plinto, fig. 4.
5. Disegnate un quarto di tondo dritto coi suoi filetti, fig. 5.
6. Disegnate un quarto di tondo rovescio coi suoi filetti, fig. 6.
7. Disegnate una gola dritta (1), fig. 7.
8. Disegnate una gola rovescia, (1), fig. 8.
9. Disegnate una gola dritta, con i suoi filetti, (1) fig. 9.
10. Disegnate una gola rovescia coi suoi filetti (1), fig. 10.
11. Costruite un Vaso da fiori, fig. 11.
12. Costruite un peduccio, fig. 12.
13. Disegnate un boccale, ed il suo bacino, fig. 13.
14. Disegnate un vaso a calotta sferica, fig. 14.
15. Disegnate una Zuppiera, fig. 15.
16. Delineate una vasca che formi una fontana, fig. 16.
17. Delineate un vaso pel tè, fig. 17.
18. Disegnate una Caraffa, fig. 18.

---

(1) Si faranno inoltre disegnare tutte queste modanature in senso opposto, cioé voltandole a sinistra.



OTTAVA CLASSE—*Ottava tavola.*

1. Fate un rosone a 6 foglie, fig. 1.
2. Fate un rosone a 12. foglie, fig. 2.
3. Fate un rosone a 8 semi—cerchi, fig. 3.
4. Fate un rosone a 6 cerhi, fig. 4.
5. Fate un fregio, avendo dei rosoni a 4 foglie, fig. 5.
6. Fate una porta in pieno centro, fig. 6.
7. Fate un portico, fig. 7.
8. Disegnate una lampada, fig. 8.
9. Disegnate un termometro, fig. 9.
10. Disegnate un grafometro.
11. Disegnate un occhio di bue (*abbaino*), fig. 11.
12. Descrivete un quadrante, fig. 12.
13. Descrivete una Croce di onore, fig. 13.
14. Costruite un barometro, fig. 14.

OTTAVA CLASSE—*Nona tavola*·

Non é necessario indicare con un comando particolare la forma di ciascuno de' vasi componenti questa tavola. Basterà disegnare correttamente queste figure, copiandone i modelli con tutta precisioue.

Si dovranno dippiù esercitare gli allievi a disegnare a man volante le figure delle tavole 10, e 16, quantunque queste tavole sieno state composte ad altro oggetto. Quest'esercizio sarà utile per abituare l'occhio, e la mano.

Fig. 5



F

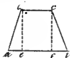
C











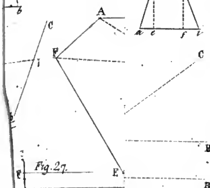
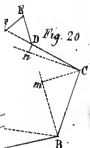
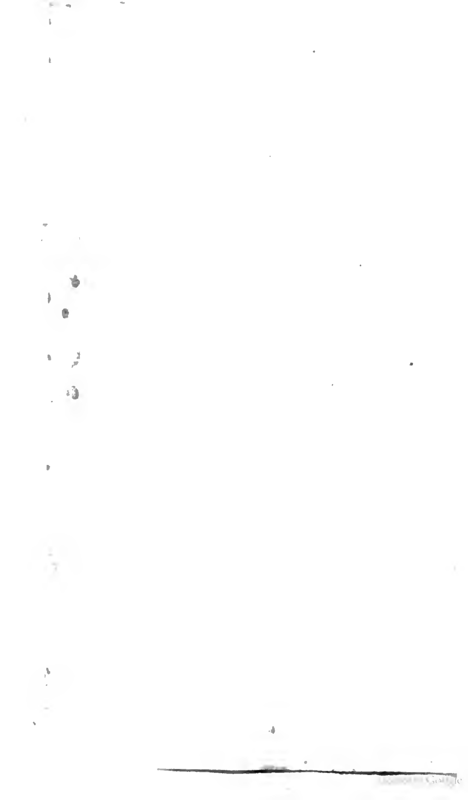


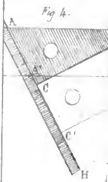
Fig. 22.

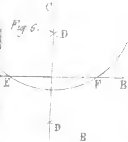


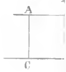


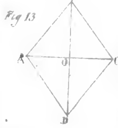





Fig 4.
A
C
C'
H

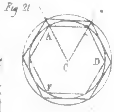

Fig 6.
D
E
F
B
D

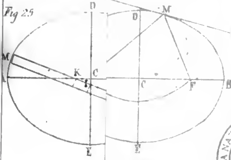

A
C

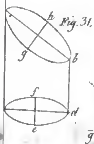

Fig 13
B
A
O
C
D


C


G
A


Fig 21
A
C
D
F


Fig 25
D
M
K
C
E
D
M
C
F
B
E


Fig. 31.
h
g
b
f
d
e

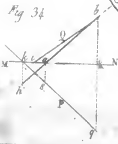

Fig 34
b
Q
M
N
h
s
P
q



Fig 37





